

LISA Pathfinder, la science de l'immobilité

Les masses d'épreuve du détecteur LISA ne doivent subir aucune autre accélération que celle induite par les ondes gravitationnelles. Pour ce faire, il faut éliminer toutes les perturbations autres que gravitationnelles. L'objectif est d'obtenir une « immobilité » telle que si deux des masses aux extrémités d'un bras étaient arrêtées l'une par rapport à l'autre à un moment donné, elles se déplaceraient de moins d'un milliardième de mètre en deux heures.

Des données expérimentales indiquent qu'il est possible d'atteindre

une telle immobilité. Toutefois, en apportant la preuve en laboratoire est impossible en raison de la gravité terrestre. Ce point est si critique que l'ESA a mis sur pied une mission spatiale, LISA Pathfinder, pour le vérifier.

Il s'agit en quelque sorte d'une version réduite de LISA : deux masses d'épreuve seront mises en orbite, non pas à cinq millions de kilomètres l'une de l'autre, mais à moins d'un mètre, à l'intérieur d'un satellite semblable à ceux de LISA (*ci-contre*). Un interféromètre laser mesurera leur vitesse relative.

Des chocs avec les rares molécules de gaz présentes jusqu'aux variations de la gravité dues au satellite lui-même, plusieurs facteurs contribuent à accélérer les masses. Ces perturbations ont été modélisées, et l'un des objectifs de la mission est de vérifier si ces modèles sont corrects et si des perturbations susceptibles de compromettre le succès de la mission principale n'ont pas été négligées.

Quelques composants restent à mettre au point, après quoi LISA Pathfinder sera prêt à être lancé et à tracer la voie à la mission LISA.



LES AUTEURS



Bernard SCHUTZ est directeur de l'Institut Albert Einstein à Potsdam, en Allemagne, et cofondateur du projet LISA.

Stefano VITALE est professeur de physique à l'Université de Trente, en Italie, et rapporteur principal de la mission LISA Pathfinder.

✓ BIBLIOGRAPHIE

C. Hogan, *Les sons de l'espace-temps*, *Pour la Science*, n° 357, juillet 2007.

É. Gourgoulhon, *Des ondes gravitationnelles pour scruter le cosmos*, *Pour la Science*, n° 326, décembre 2004.

Mission LISA Pathfinder sur le site de l'ESA : <http://www.rssd.esa.int/index.php?project=LISAPATHFINDER>

Site de la mission LISA à la NASA : <http://lisa.nasa.gov/>

plus grande par le biais de la gravitation entraînera sans doute des découvertes inattendues et devrait livrer des informations sur la formation de la Voie lactée.

Ces sources étant très nombreuses, la plupart ne pourront pas être distinguées les unes des autres ; l'ensemble créera un fond diffus d'ondes gravitationnelles, le « murmure » de la Voie lactée. Mais LISA pourrait détecter un autre fond diffus gravitationnel, à l'origine bien plus lointaine.

Le bruit de fond diffus

La découverte et l'étude du fond cosmique de rayonnement micro-ondes ont révolutionné notre compréhension de l'Univers. Il s'agit du fossile de la première lumière, libérée environ 380 000 ans après le Big Bang, lorsque les atomes neutres se sont formés et que le contenu de l'Univers est devenu transparent aux ondes électromagnétiques. C'est une frontière indépassable pour l'observation du cosmos par le biais de la lumière.

En revanche, l'Univers a toujours été transparent aux ondes gravitationnelles. Elles offrent ainsi un moyen de remonter bien plus loin vers le Big Bang. Certains modèles cosmologiques, fondés sur la théorie des cordes (une théorie qui tente d'unifier les interactions fondamentales), prédisent par exemple l'existence d'objets appelés supercordes cosmiques. Les supercordes, créées dans l'Univers primordial et « étirées » par l'expansion cosmique, pourraient émettre un spectre caractéristique d'ondes gravitationnelles de basse fréquence. Plus tôt encore, quelques fractions de seconde après le Big

Bang, les fluctuations quantiques ont pu engendrer des ondes gravitationnelles de très basse fréquence.

LISA, dans sa version initiale, pourra observer des ondes de fréquences aussi basses que 10^{-4} hertz. Cela correspond à des ondes émises environ 10^{-18} seconde après le Big Bang, quand l'Univers observable mesurait à peine un millimètre et que sa température était de 10^{15} degrés. Nous ignorons si le bruit de fond gravitationnel primordial est suffisamment intense pour être décelé, mais s'il était mis en évidence, il s'agirait d'une révolution dans la physique des interactions fondamentales.

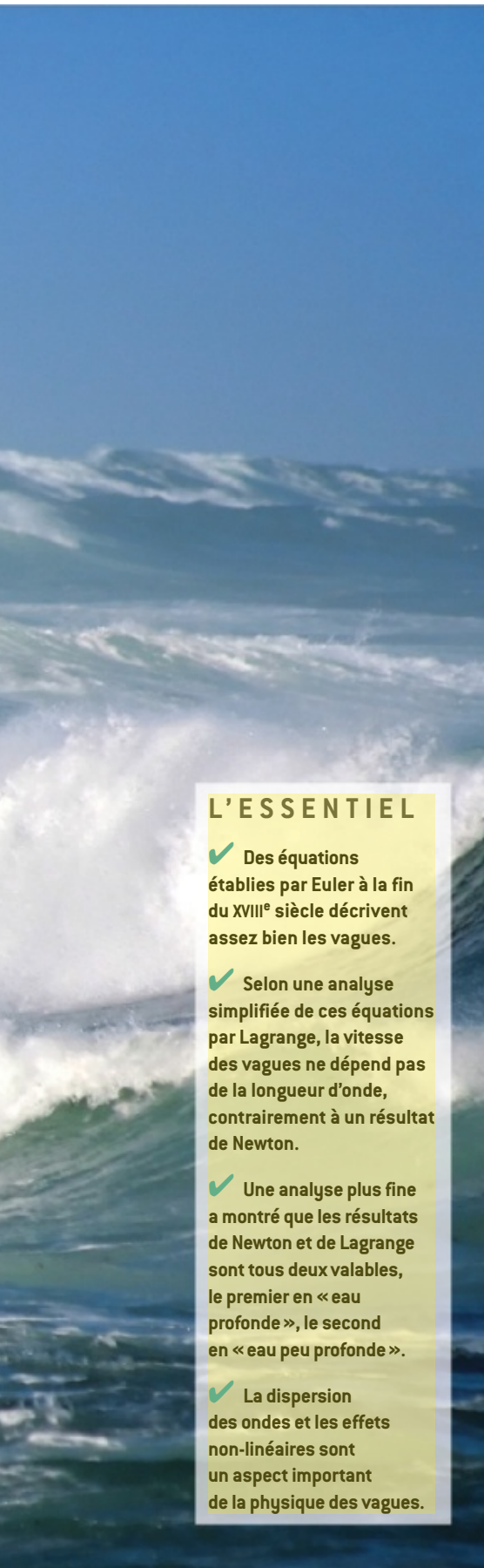
Enfin, même plus près de nous, la gravité n'est pas silencieuse. Les variations de gravité dues aux oscillations internes du Soleil pourraient être révélées par LISA, et offriraient ainsi un nouvel outil pour explorer l'anatomie de notre étoile. Les astéroïdes passant à proximité du détecteur produiront également des signaux observables.

La mission préliminaire de l'ESA, nommée LISA Pathfinder, démontrera bientôt que les composants fondamentaux de LISA sont opérationnels (*voir l'encadré ci-dessus*). Si le retrait de la NASA devait finalement se confirmer, le projet LISA serait revu à la baisse par l'ESA. Une version réduite, avec des satellites séparés par une distance plus courte et moins de faisceaux laser, a été étudiée. La sensibilité et la résolution seraient inférieures, mais même dans cette configuration, LISA détecterait des milliers de systèmes binaires dans la galaxie et des dizaines de fusions de trous noirs supermassifs. Les astronomes seront alors aux premières loges pour écouter le concert de l'Univers. ■

Les vagues en équations

1. LES VAGUES SONT TRÈS DIFFICILES

à décrire et à prévoir de façon précise, malgré le fait que les équations de l'hydrodynamique soient connues depuis longtemps. Les phénomènes trop irréguliers, telles les vagues agitées et déferlantes créées par une tempête, échappent à l'analyse.



L'ESSENTIEL

- ✓ Des équations établies par Euler à la fin du XVIII^e siècle décrivent assez bien les vagues.
- ✓ Selon une analyse simplifiée de ces équations par Lagrange, la vitesse des vagues ne dépend pas de la longueur d'onde, contrairement à un résultat de Newton.
- ✓ Une analyse plus fine a montré que les résultats de Newton et de Lagrange sont tous deux valables, le premier en « eau profonde », le second en « eau peu profonde ».
- ✓ La dispersion des ondes et les effets non-linéaires sont un aspect important de la physique des vagues.

Quand on évoque la notion d'onde, le premier exemple qui vient à l'esprit est celui des vagues qui se propagent à la surface de l'eau. Ce n'est pourtant pas le plus simple. Les vagues relèvent en effet de l'hydrodynamique, dont les lois ne s'approprient pas facilement. Les vagues ont beau être décrites par des équations aujourd'hui bien connues, ces équations sont riches et, potentiellement, décrivent de nombreux phénomènes différents: les ronds dans l'eau créés par la chute d'un objet, la houle, le déferlement des vagues à l'approche de la côte, la propagation des raz-de-marée, les

il a fallu attendre près de trois quarts de siècle pour que le mathématicien suisse Leonhard Euler obtienne les équations hydrodynamiques qui portent aujourd'hui son nom et qui constituent une formulation infinitésimale de la deuxième loi de Newton (« La force est égale au produit de la masse par l'accélération ») appliquée aux particules d'un fluide.

À la fin du XVIII^e siècle, grâce à Euler, les équations des vagues étaient donc posées. Fin de l'histoire ? Non, car ce n'est pas parce que l'on est capable de mettre les vagues en équations que l'on peut en tirer quelque chose ! Revenons par

David Lannes

Les principales équations qui décrivent les vagues sont connues depuis la fin du XVIII^e siècle. Il a cependant fallu beaucoup de temps pour les analyser correctement et en tirer profit – une entreprise qui n'est pas achevée.

motifs des clapotis, la remontée spectaculaire des mascarets le long des fleuves, les vagues scélérates...

Il n'est ainsi pas étonnant que les scientifiques aient longtemps tâtonné avant de disposer d'une théorie satisfaisante susceptible d'englober tous ces phénomènes. Je décrirai ici quelques-unes des étapes franchies au cours des trois derniers siècles. Je mentionnerai ensuite brièvement certaines des nombreuses questions auxquelles les mathématiciens doivent encore répondre.

Le premier résultat relatif aux vagues à la surface de l'eau – que les physiciens nomment ondes de gravité, car la pesanteur y est un acteur essentiel – remonte probablement à Isaac Newton. Dans ses *Principiae Mathematicae* de 1687, le savant britannique énonce que pour des vagues se propageant le long d'un canal, « la vitesse des ondes est en raison sous-doublée de leur largeur » ; en d'autres termes, la vitesse de déplacement des vagues est proportionnelle à la racine carrée de la longueur d'onde.

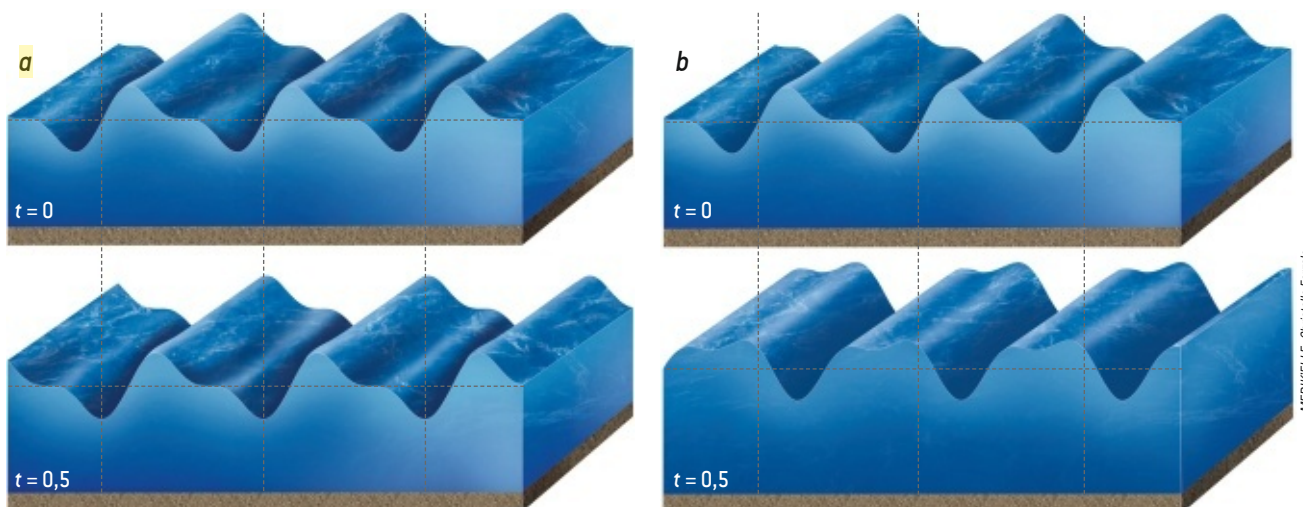
L'énoncé de Newton, qui se fonde sur une analogie assez obscure avec les oscillations d'un fluide contenu dans un tube en U, est, comme on le verra, partiellement vrai. C'était donc un véritable tour de force, puisque les équations de l'hydrodynamique étaient alors complètement inconnues :

exemple sur le résultat de Newton cité plus haut, « l'un des plus obscurs et les plus difficiles de l'Ouvrage de Newton », selon Joseph Lagrange, grand mathématicien français du XVIII^e siècle. Fort de la connaissance des équations des vagues, peut-on prouver ce résultat de manière rigoureuse ?

À quelle vitesse se propagent-elles ?

À la suite des travaux d'Euler, plusieurs mathématiciens se sont attelés à cette tâche. Lagrange en fit partie. Même si ce dernier estimait que « la résolution complète [des équations des vagues] sera peut-être toujours au-dessus des forces de l'Analyse », il se proposa de considérer de façon rigoureuse le cas « des mouvements infiniment petits ». En d'autres termes, c'est une « analyse asymptotique » des équations que Lagrange entreprit de faire.

Nous reviendrons sur cette notion d'analyse asymptotique qui est un point clef de l'étude des vagues. Pour l'instant, attardons-nous sur le résultat obtenu par Lagrange. Outre l'hypothèse que « les mouvements sont infiniment petits », Lagrange a supposé que la profondeur du canal est elle aussi petite. Cela lui permit de rechercher, pour les équations des



2. DES VAGUES NON SINUSOÏDALES ne se déforment pas en se propageant, selon l'analyse de Lagrange [a]. La configuration initiale des vagues est ici de la forme $\sin x + 0,5 \sin 2x$, ce qui correspond à la superposition de deux vagues sinusoïdales de longueurs d'onde différentes.

Selon le résultat de Newton, les deux composantes sinusoïdales ont une vitesse de propagation différente, ce qui entraîne une déformation des vagues au cours du temps [b]. (Les paramètres choisis ici pour calculer les profils des vagues sont $g = 10$ et $H = 0,1$, de sorte que $gH = 1$.)

vagues, des solutions approchées qui dépendent de façon polynomiale de la coordonnée verticale z . Cette structure polynomiale simplifie beaucoup les équations et, après quelques calculs, Lagrange put affirmer que « la vitesse de la propagation des ondes sera celle qu'un corps grave acquerrait en tombant de la moitié de la hauteur de l'eau dans le canal ». Autrement dit, le mathématicien français affirmait que la vitesse de propagation des vagues est égale à $\sqrt{gH}$, où g désigne l'accélération de la pesanteur et H la hauteur de l'eau au repos.

Remarquons tout de suite que la vitesse $c_L = \sqrt{gH}$ trouvée par Lagrange ne dépend pas de la longueur d'onde; le résultat de Lagrange contredit donc celui de Newton de façon flagrante ! Pourtant, Lagrange et Newton avaient tous deux raison (et tous deux un peu tort aussi) : comme nous le verrons, ces deux résultats constituent deux cas extrêmes d'une seule et même théorie. C'est surprenant, les deux résultats étant qualitativement très différents.

Pour bien s'en rendre compte, concentrons-nous sur le cas de vagues unidimensionnelles (c'est-à-dire qui ne varient pas selon l'une des deux directions horizontales). Prenons par exemple une vague qui, à l'instant initial, est une sinusoïde de longueur d'onde λ ; sa forme est donc décrite par le graphe d'une fonction de la forme $a_0(x) = A \cos kx$, où $k = 2\pi/\lambda$.

Selon Newton, elle devrait se déplacer à la vitesse $c_N = \sqrt{g/k}$. À l'instant t ,

son profil devrait donc correspondre au graphe de la fonction :

$$a(x, t) = A \cos k(x - c_N t).$$

Selon Lagrange, cette même vague est donnée au même instant par :

$$a(x, t) = A \cos k(x - c_L t).$$

Elle n'est donc pas au même endroit (sauf dans le cas particulier où $c_N = c_L$, c'est-à-dire où $Hk = 1$, soit $H = \lambda/2\pi$), même si sa forme spatiale est identique.

On peut mettre le doigt sur la différence majeure entre le résultat de Newton et celui de Lagrange en considérant une

**Selon Newton,
les vagues se déforment
en se propageant. Ce n'est
pas le cas selon l'analyse
de Lagrange.**

superposition de telles ondes simples. Prenons ainsi une perturbation initiale qui est la somme de deux oscillations de longueurs d'onde différentes. Pour Lagrange, ces deux composantes se déplacent à la même vitesse, et la vague n'est pas déformée. Pour Newton, en revanche, les deux composantes évoluent à des vitesses différentes, ce qui induit une déformation de la vague (voir la figure 2).

On peut pousser plus loin ce raisonnement. Grâce à la « transformation de Fou-

rier », opération mathématique issue des travaux de Joseph Fourier, au XIX^e siècle, on peut assimiler toute perturbation localisée de la surface du fluide à une somme infinie d'ondes sinusoïdales de longueurs d'onde différentes. Le même raisonnement que ci-dessus montre alors que, selon la théorie de Lagrange, cette perturbation localisée se propage sans se déformer. Avec la théorie de Newton, on a de nouveau une configuration différente; non seulement la vague se déforme, mais on peut aussi montrer qu'elle s'aplatit avec une amplitude maximale qui décroît comme $1/\sqrt{t}$. L'incompatibilité des deux approches n'en est que plus frappante.

Cette petite analyse souligne ainsi l'une des conséquences frappantes de l'interdépendance de la vitesse de propagation et de la longueur d'onde. Cette interdépendance constitue un phénomène très général, nommé dispersion. Newton n'avait d'ailleurs certainement pas été trop surpris de le voir apparaître. En effet, il avait déjà mis en évidence le phénomène de dispersion dans un tout autre contexte avec ses célèbres expériences sur les prismes : c'est précisément parce que la vitesse d'une onde lumineuse dans le verre dépend de sa longueur d'onde que la lumière blanche se décompose à la traversée d'un prisme (voir la figure 3).

Avant d'entrer davantage dans les détails et d'expliquer les raisons des différences entre les approches de Newton et de Lagrange, examinons quelques phé-