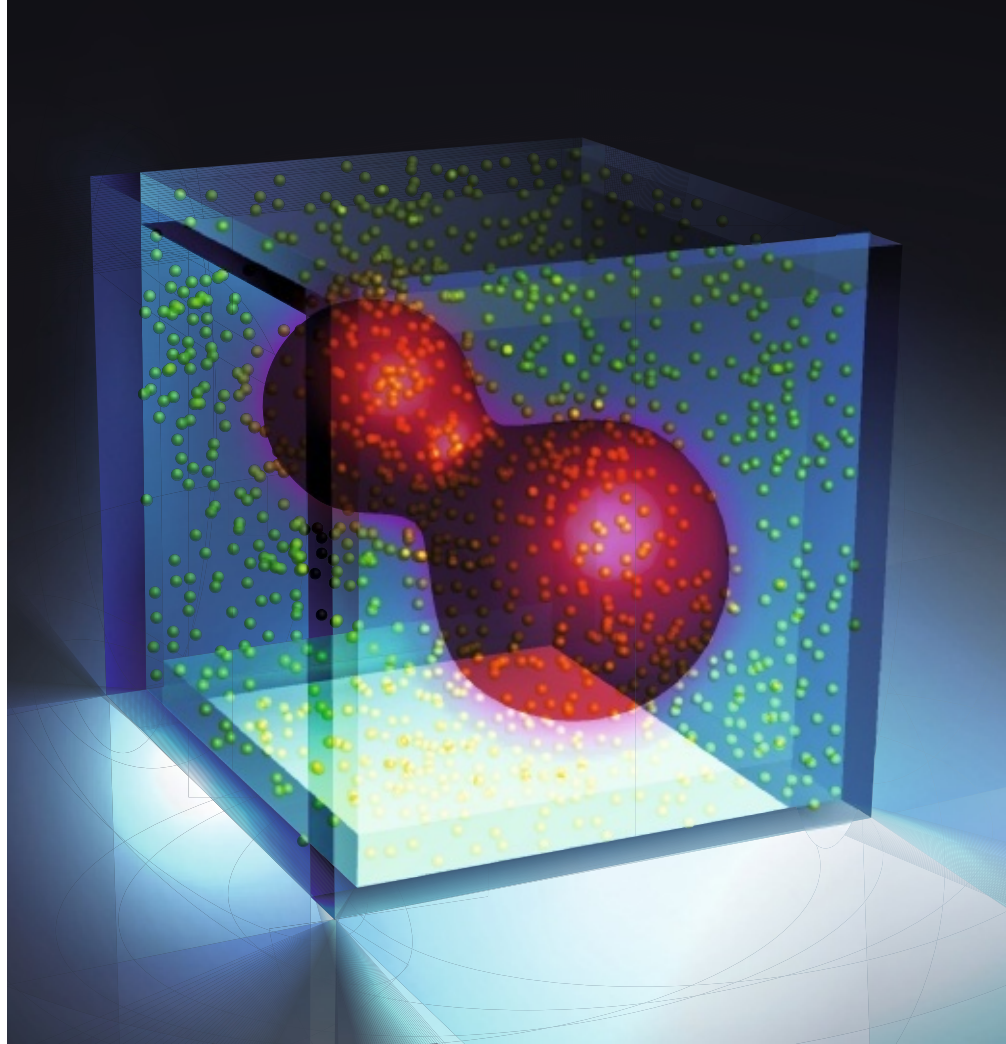


Les méthodes de Monte Carlo font intervenir des nombres pseudo-aléatoires pour effectuer de lourds calculs numériques. Mais des nombres dits quasi-aléatoires, où le hasard a moins de place, se révèlent parfois plus efficaces.



Excursions quasi-

Au début des années 1990, Spassimir Paskov, étudiant en thèse à l'Université Columbia, commençait à analyser un instrument financier exotique nommé CMO (*Collateralized Mortgage Obligation*, obligation garantie par une hypothèque) introduit par la banque d'investissements *Goldman Sachs*. Il cherchait à estimer la valeur actuelle d'un CMO, d'après les possibles encaissements à venir correspondant à des milliers d'emprunts-logement sur 30 ans. Il ne s'agissait pas simplement d'appliquer la formule usuelle pour les intérêts composés. Beaucoup d'emprunts-logement sont liquidés en avance quand le logement est vendu ou refinancé ; certains emprunts ne sont pas honorés ; les taux d'intérêt montent et baissent. Ainsi, la valeur actuelle d'un CMO sur 30 ans dépend de 360 (30×12) flux de trésorerie mensuels incertains et interdépendants. Il

s'agissait donc plutôt d'évaluer une intégrale dans un espace à 360 dimensions.

Il n'y avait aucun espoir de faire une évaluation exacte. S. Paskov et son directeur de thèse, Joseph Traub, ont décidé d'essayer une technique d'approximation quelque peu obscure, la méthode de «quasi-Monte Carlo». Un calcul de Monte Carlo ordinaire prend des échantillons aléatoires dans l'ensemble de toutes les solutions possibles. La variante «quasi» effectue un échantillonnage d'un type différent, non aléatoire, mais pas tout à fait régulier non plus. S. Paskov et J. Traub ont trouvé que certains de leurs programmes de quasi-Monte Carlo tournent mieux et plus vite que la technique classique. Leur découverte permettrait à un banquier ou un investisseur d'estimer la valeur d'un CMO en quelques minutes de calcul seulement, au lieu de plusieurs heures.

Cela ferait une belle histoire si l'on pouvait alors raconter que la période «d'exubérance irrationnelle» qui a suivi sur les marchés financiers (la frénésie des transactions de produits dérivés complexes, et le triste cortège de crise, effondrement, récession, chômage) avait pour origine une innovation mathématique dans l'évaluation des intégrales de dimension élevée. Mais ce n'est pas le cas ; il y avait d'autres causes à cette folie.

Cependant, les travaux de S. Paskov et J. Traub ont bien eu un effet : ils ont suscité un extraordinaire regain d'intérêt pour la méthode de quasi-Monte Carlo. Des résultats théoriques antérieurs avaient suggéré que les modèles de quasi-Monte Carlo commenceraient à s'essouffler quand le nombre de dimensions dépasserait une dizaine ou une vingtaine, en tout cas longtemps avant d'atteindre 360. Aussi le succès de