

qu'un être tout-puissant explorant les sous-ensembles infinis de l'ensemble des nombres réels, $\mathbb{R}$, réussisse à savoir s'il en existe d'un cardinal intermédiaire entre $\mathbb{N}$ (l'ensemble des entiers) et $\mathbb{R}$? En d'autres termes : est-ce qu'on peut envisager qu'un être tout-puissant résolve « expérimentalement » le problème de l'hypothèse du continu ?

Le fait qu'on puisse ajouter à la théorie des ensembles classiques (de Zermelo-Fraenkel) sans obtenir de contradiction (si elle est sans contradiction) que l'hypothèse du continu est vraie, ou qu'elle est fausse, doit être pris en compte, et cela rend difficile une réponse.

Cependant, les travaux menés aujourd'hui en théorie des ensembles, en particulier par Hugh Woodin, et qui envisagent des logiques infinies dans le but de traiter l'hypothèse du continu peuvent être considérés comme l'étude de nouvelles formes d'êtres surpuissants en quête de cette solution. On est tenté de se dire que la théologie, aujourd'hui, est l'affaire des mathématiciens et qu'une forme de haute spiritualité se trouve à l'œuvre dans cette exploration de l'infini et de la surpuissance qui les occupe.

L'omnipotence est peut-être une idée trop vague et susceptible d'un trop grand nombre de définitions différentes. En plus des difficultés logiques que posent les idées de saint Augustin, Thomas d'Aquin ou Descartes, les formes nouvelles de la surpuissance que les mathématiques associent à l'infini constituent des domaines trop différents pour que soit donnée une bonne définition de l'omnipotence et que l'on puisse apprécier sa possibilité. Abordons donc maintenant la question plus facile de l'omniscience.

Un être omnipotent est omniscient : celui qui peut tout faire peut savoir tout ce qu'il y a à savoir. Pourtant, la chose est loin d'être aussi simple et en théorie des jeux, par exemple, le fait d'être omniscient constitue parfois un handicap grave qui interdit de gagner... et donc empêche l'omnipotence (voir la figure 2).

Indépendamment de ces questions, dont on peut se libérer en imaginant qu'un

être omniscient ne joue pas, l'existence d'êtres omniscients dépend de ce qu'on considère comme objets possibles de savoir.

Si toutes les propositions, y compris autoréférentes, doivent être objet du savoir d'un être omniscient, alors Patrick Grim a montré qu'il n'existe aucun être omniscient. De même, le paradoxe de Newcomb (voir la figure 3) établit que connaître parfaitement le futur est une impossibilité.

Envisageons l'omniscience sans la capacité de prévoir l'avenir et en interdisant les phrases autoréférentes. Malheureusement, même ainsi, divers paradoxes récents créent encore de fatales difficultés qui nous empêchent d'imaginer un être omniscient.

L'omniscience, idée indéfendable

Le paradoxe de Frederic Fitch (voir la figure 5) établit que si « tout ce qui est vrai est connaissable », alors « tout ce qui est vrai est connu » (par un être omniscient, mais aussi par vous et par moi). C'est absurde, à moins de considérer que tout n'est pas connaissable et donc, en particulier, qu'il n'existe pas d'êtres omniscients.

Une autre difficulté soulevée par P. Grim concerne la possibilité d'un être omniscient même si celui-ci ne s'intéresse qu'aux mathématiques. P. Grim emploie un procédé analogue à celui utilisé pour démontrer qu'il n'y a pas d'ensemble de tous les ensembles dans la théorie classique des ensembles (voir la figure 4).

Finalement, même si certains tentent des réponses aux divers paradoxes ici évoqués de l'omniscience, il semble bien que l'idée, sur un plan strictement logique et mathématique, ne puisse pas résister, tant elle engendre de contradictions et d'incohérences de toutes sortes. Comme c'est le cas aussi à propos de l'omnipotence, cela ne trouble guère les mathématiciens et les logiciens qui, au contraire, se réjouissent de la richesse des idées et théories qui naissent de ces questions théologiques quand on les transpose en mathématiques. Peut-être est-ce la preuve d'ailleurs que ces dernières ne sont qu'une forme extrême et abstraite de théologie ? ■



Jean-Paul DELAHAYE est professeur à l'Université de Lille et chercheur au Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille (LIFL).

✓ BIBLIOGRAPHIE

J. Salerno, *New Essays on the Knowability Paradox*, Oxford University Press, 2009.

S. Bruns, *Superior Beings. If they exist, how would we know ?*, Springer [2^e éd.], 2007.

J. Kvanvig, *The Knowability Paradox*, Oxford University Press, 2006.

J. Sobel, *Logic and Theism, Arguments for and against Beliefs in God*, Cambridge University Press, 2005.

M. Peterson et R. VanArragon (éd.) *Contemporary Debates in Philosophy of Religion*, Blackwell Publishing, 2004.

T. Zamir, *The omnipotence paradox as a problem of infinite regress*, *Sophia*, vol. 38(1), pp. 1-14, 1999.

P. Grim, *The Incomplete Universe*, MIT Press, 1991.

E. Wierenga, *The Nature of God*, Cornell University Press, 1989.

F. Fitch, *A logical analysis of some value concepts*, *The Journal of Symbolic Logic*, vol. 28, pp. 135-142, 1963.

Thomas d'Aquin, *Somme théologique*, 1273 (<http://docteurangelique.free.fr/livresformatweb/sommes/OSommecomplete.htm>)