

un tirage équitable à pile ou face, deux cas sont à distinguer.

Cas 1. Vous avez confiance en celui qui lance la pièce ou vous la lancez vous-même... sans tricher. Alors la méthode consistant à rattraper la pièce dans la main assure une assez bonne équité (et une totale équité si celui qui lance ne choisit pas et ne regarde pas le côté de la pièce situé au-dessus au moment du lancer).

Cas 2. Vous n'avez pas confiance en celui qui lance la pièce. Alors vous choisissez vous-même une pièce (que vous n'avez pas testée) et demandez à votre adversaire de la lancer au sol. Même s'il existe un biais favorable à l'une des faces quand la pièce tourne, aucun d'entre vous ne saura lequel, et le tirage sera équitable.

Si aucun des joueurs n'a confiance en l'autre, une assez bonne méthode existe : les joueurs prennent chacun une pièce de leur choix ; l'un choisit « mêmes côtés » et l'autre « côtés différents » ; ils lancent chacun leur pièce et dévoilent simultanément leurs résultats. Si les pièces montrent le même côté, celui qui avait choisi cette option gagne, sinon c'est l'autre.

Notons aussi qu'une étude de Daniel Murray et Scott Teare a établi que la pièce américaine de cinq cents (le « nickel ») a une chance sur 6 000 de ne donner ni pile ni face, en tombant sur la tranche.

Casino newtonien

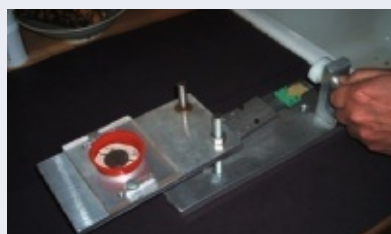
P. Diaconis et son équipe ont construit un dispositif mécanique de lancer de pièce qui, une fois réglé, donne le même résultat dans 100 pour cent des lancers. Il n'y a pas de surprise à cela : la mécanique newtonienne est déterministe et une bonne connaissance (ou un bon contrôle) des conditions initiales permet de calculer l'état du système quand la pièce s'est immobilisée.

En revanche, dès que le lancer est moins contrôlé et surtout si la pièce reste un long moment en l'air, il faudrait, pour effectuer une prédiction correcte, connaître les paramètres du lancer avec une précision impossible, même avec les caméras et les lasers les plus perfectionnés.

3. Pile ou... pile !

Les tirages au sort fondés sur des procédés macroscopiques pour engendrer des suites aléatoires (dé, lancer de pièce, roue de loterie, roulette, tirage de cartes, etc.) cumulent les inconvénients : ils sont très lents et l'on sait, d'après la physique classique (ce que de nombreuses expériences ont confirmé), qu'ils sont fréquemment biaisés et prédictibles dès qu'on dispose de moyens de mesure suffisants.

Lorsque le mécanisme physique est compliqué et implique par exemple de nombreux chocs (pièce qui rebondit sur un sol irrégulier, boule de roulette qui cogne les petits obstacles disposés sur sa trajectoire, etc.), toute prévision des résultats devient pratiquement impossible. Cependant, cette imprévisibilité pratique ne signifie pas qu'une série de tirages sera aléatoire au sens fort, car dans un monde newtonien déterministe le hasard fort est impossible. Le dispositif de catapulte ci-contre, utilisé par Persi Diaconis pour ses expériences, lance une pièce qui tombe dans un récipient (en rouge). Quand il est réglé, tous les tirages donnent le même résultat.



The Mermaid Tale

4. Les tests statistiques

Les statisticiens étudient et élaborent des tests pratiques s'appliquant à une suite finie de chiffres (on ne peut pas en pratique tester des suites infinies !).

Ils indiquent, pour une suite donnée, s'il est raisonnable ou non de croire qu'elle provient d'une suite de tirages aléatoires indépendants et équitables de 0 et de 1. Une telle suite doit par exemple posséder à peu près autant de 0 que de 1. Bien sûr, elle peut avoir plus de 0 ou plus de 1, mais l'écart doit être raisonnable. Le calcul donne des informations du type :

- Si une suite de 100 bits (0 ou 1) provient de tirages indépendants et équitables, la probabilité que l'écart entre les nombres de 0 et de 1 soit supérieur à 30 est inférieure à 0,18 pour cent.
- Si une suite de 10 000 bits provient de tirages indépendants et équitables, la probabilité que l'écart entre les nombres de 0 et de 1 soit supérieur à 400 est inférieure à 0,007 pour cent.

Il est ainsi peu vraisemblable qu'une suite de 10 000 bits donnant 6 000 fois 0 et 4 000 fois 1 provienne d'une suite de tirages équitables.

Une multitude de tests de cette nature évaluent des dizaines de propriétés que doivent posséder des suites provenant de tirages indépendants et équitables. L'Institut américain de la normalisation et de la technologie, le NIST, propose une telle batterie de tests (voir <http://csrc.nist.gov/groups/ST/toolkit/mg/index.html>). Ces tests contrôlent la nature aléatoire d'une suite et repèrent les générateurs pseudo-aléatoires défectueux. Prudent dans son rapport de 2010, le NIST précise : « Aucun ensemble de tests statistiques ne peut certifier de manière absolue qu'un générateur donné est approprié à certains usages donnés. »

Malheureusement, les suites de décimales de nombres irrationnels comme π , e , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ou les suites de chiffres obtenus en faisant des divisions du type k/p (où p est un grand nombre premier et k un entier positif), passent tous ces tests. En pratique, ces suites ressemblent autant que possible à des suites aléatoires, mais n'en sont pas, au sens de Martin-Löf.