

LES AUTEURS

Michel BALINSKI et Rida LARAKI, chercheurs au CNRS et au Laboratoire d'économétrie de l'École polytechnique, à Palaiseau, ont développé la théorie du jugement majoritaire.

✓ SUR LE WEB

Conférence de M. Balinski et R. Laraki, Le jugement majoritaire : une nouvelle théorie du vote, Collège de France, 29 février 2012. http://www.college-de-france.fr/site/pierre-rosanvallon/audio_video.jsp

✓ BIBLIOGRAPHIE

M. Balinski et R. Laraki, *Majority Judgment : Measuring, Ranking, and Electing*, MIT Press, 2010.

M. Balinski, *Le scrutin*, *Pour la Science*, n° 294, pp. 46-51, avril 2002.

Terra Nova, *Rendre les élections aux électeurs : le jugement majoritaire*, Note, 21 avril 2011. <http://www.tnova.fr/note/rendre-les-lecons-aux-lecteurs-le-jugement-majoritaire>

candidats atteignant plus de 10% des voix, la situation serait encore plus confuse...

La deuxième question portait sur les intentions de vote au second tour, pour trois duels possibles: M. Aubry contre M. Le Pen, N. Sarkozy contre M. Le Pen, et M. Aubry contre N. Sarkozy. Dans les deux premiers cas, M. Le Pen aurait été écrasée au second tour, que ce soit par M. Aubry ou N. Sarkozy (voir l'encadré page 28). Cependant, à l'encontre du bon sens, elle était classée en seconde position à l'issue du premier tour (voire en première position, compte tenu des marges d'erreur)!

Les paradoxes du vote

Les défaillances du scrutin majoritaire sont connues depuis la Révolution française et les travaux pionniers du chevalier de Borda et du marquis de Condorcet. Borda présente en 1770 à l'Académie des sciences un exemple devenu célèbre (voir l'encadré ci-dessous). Trois candidats A, B et C sont en lice, et l'on obtient la situation paradoxale suivante: C est éliminé au premier tour, B gagne contre A au second, mais C est en fait préféré à A et à B par les électeurs! Le paradoxe d'Arrow se manifeste ici une fois encore: si le perdant du second tour (A) n'était pas candidat, alors C aurait battu B.

« D'où l'on voit, remarqua Borda, que pour qu'une forme d'élection soit bonne, il faut qu'elle donne aux électeurs le moyen de [se] prononcer sur le mérite de chaque sujet, comparé successivement

aux mérites de chacun de ses concurrents. » Et Condorcet précisa « que chaque électeur prononça son vœu complet par un jugement comparatif entre tous les candidats pris deux à deux ».

Borda et Condorcet avaient bien identifié la source des difficultés. Voter pour un seul candidat parmi plusieurs ne suffit pas à mesurer les opinions des électeurs. Pour cela, il faut plus d'informations. Il y en a dans l'exemple de Borda. Les ordres de préférence des électeurs – desquels découlent leurs préférences entre les candidats pris deux à deux, comme l'évoque Condorcet – permettent de déduire qu'un candidat C peut gagner à la majorité face à tout autre candidat. On parle alors de « gagnant de Condorcet ». Comme évoqué, les sondages suggèrent que F. Bayrou était le gagnant de Condorcet en 2007.

Dans certaines élections, cependant, il n'y a pas de gagnant de Condorcet. C'est le paradoxe de Condorcet. Avec des ordres de préférences répartis un peu différemment comparé à l'exemple de Borda, on arrive à une situation où A bat C, C bat B, et B bat A, tous largement. Il n'y a aucun gagnant!

Peut-on sortir de cette impasse? En d'autres termes, existe-t-il un mode de scrutin qui désigne toujours un gagnant – il évite le paradoxe de Condorcet –, qui ne dépende pas de la présence ou de l'absence de candidats mineurs – il évite le paradoxe d'Arrow – et qui assure l'égalité des électeurs?

LES PARADOXES D'ARROW ET DE CONDORCET

Dès la fin du XVIII^e siècle, le chevalier de Borda et le marquis de Condorcet ont mis au jour certains points faibles du scrutin majoritaire. Dans l'exemple proposé par Borda en 1770 (a), trois candidats A, B, et C sont en lice. Les votants doivent classer les candidats par ordre de préférence: 5 % choisissent l'ordre A, B, C; 34 % l'ordre A, C, B; 32 % l'ordre B, C, A; 29 % l'ordre C, B, A. Au premier tour, avec 39 % des voix, A devance B (32 %) et C (29 %). Au second tour, C est éliminé et B gagne contre A avec 61 % (32 % + 29 %) des voix. Et pourtant, C est préféré à A par 61 % (32 % + 29 %) de l'électorat et à B par 63 % (34 % + 29 %). C'est le paradoxe d'Arrow: si le perdant A n'était pas candidat, alors C aurait battu B.

Condorcet a mis en évidence un autre paradoxe: dans certaines configurations, aucun candidat ne gagne face à tout autre. Dans ce

cas, A écrase C (5 % + 34 % + 32 % = 71 %), C gagne contre B (34 % + 29 % = 63 %) et B bat A (32 % + 29 % = 61 %). Il n'y a pas de gagnant (b).

Un autre exemple, non plus théorique, mais concret, illustre le paradoxe d'Arrow: l'élection présidentielle aux États-Unis en 2000 (c). Elle opposa George W. Bush, Albert Gore et Ralph Nader. G. W. Bush fut élu président avec les voix de 271 grands électeurs contre 266 pour A. Gore. En Floride, G. W. Bush eut 537 voix de plus que A. Gore, ce qui lui donna les 25 voix des grands électeurs de cet État.

Mais il est irréfutable que l'immense majorité de ceux qui avaient voté pour R. Nader – un candidat sans aucune chance d'être élu – préféraient A. Gore à G. W. Bush. Ainsi, sans la candidature de R. Nader, A. Gore aurait été élu avec 291 voix de grands électeurs contre 246 pour G. W. Bush.

a Exemple de Borda

% des électeurs	5 %	34 %	32 %	29 %
Ordres de préférence	1 ^{er} A	A	B	C
	2 ^e B	C	C	B
	3 ^e C	B	A	A

b Le paradoxe de Condorcet

% des électeurs	5 %	34 %	32 %	29 %
Ordres de préférence	1 ^{er} A	A	B	C
	2 ^e B	C	A	B
	3 ^e C	B	C	A

c Élection américaine de 2000

	Floride		États-Unis	
	Votes	Grands électeurs	Votes	Grands électeurs
G. Bush	2 912 790	25	50 456 002	271
A. Gore	2 912 253	0	50 999 897	266
R. Nader	97 488	0	2 882 955	0