

ij.tb.xij.β.iiij.α.

En 970, Gerbert, âgé d'une vingtaine d'années, avait accompagné à Rome, sans doute comme secrétaire, le comte Borrell II et Hatton, qui devaient y négocier auprès du pape l'avenir de l'Église catalane. Il y était resté à la demande d'Othon I^{er}, empereur du Saint empire romain germanique, et avec l'autorisation du pape. Il y avait acquis une réputation de savant, donnant même des leçons au futur Othon II, fils d'Othon I^{er} (et futur père d'Othon III qui, nous l'avons vu, devint le protecteur de Gerbert). De retour en France en 972, Gerbert s'était rendu à Reims, où il était devenu écolâtre à l'école cathédrale, c'est-à-dire professeur d'université avant la lettre. Il y enseignait *trivium* et *quadrivium*. Et dans ce dernier domaine, il donnait une forte prépondérance à l'astronomie... et au calcul.

Un écolâtre érudit

Il semble que Gerbert avait des connaissances en astronomie bien plus larges que quiconque en France à cette époque. Il savait construire des cadrans solaires et un nocturlabe (un instrument donnant l'heure la nuit en fonction du mouvement des étoiles de la Grande Ourse), et connaissait le mouvement des planètes autour de la Terre et la position des constellations. Il savait en outre rendre la discipline accessible à ses étudiants, notamment en recourant à des modèles qu'il inventait, telles une sphère céleste avec ses parallèles et ses pôles, ou une sphère armillaire, formée d'anneaux et de cercles, que Gerbert



2. CE DESSIN DE L'ABAQUE DE GERBERT tiré d'un manuscrit conservé à Erlangen, en Allemagne, date du XIII^e siècle. Les adjonctions manuscrites n'ont rien à voir avec les jetons de l'abaque ; elles sont l'œuvre d'un « compilateur » qui voulait faire croire que l'abaque était une invention de Boèce, un auteur latin du VI^e siècle. On reconnaît en haut, de droite à gauche, les chiffres arabes de 1 à 9 en usage à l'époque en Europe. Le cercle avec un triangle n'est pas un zéro, mais un *sipos*, qui marque une position au cours d'un calcul. En dessous, on lit, en chiffres romains, les valeurs respectives des colonnes (unités I, dizaines X, centaines C, etc.) et aux lignes suivantes la moitié, le quart et le huitième de ces valeurs. Le texte au-dessus de ce document est extrait des comptes de Thounne, en Suisse (XV^e siècle). On y lit 2 livres, 13 sous et 4 deniers en chiffres romains cursifs.

avait pourvue d'un mécanisme lui permettant de faire comprendre le mouvement des planètes.

C'est dans ce cadre que Gerbert enseigna les règles de multiplication et de division sur son abaque, afin, explique-t-il dans une lettre adressée à un ami vers 980, que ces opérations puissent être utilisées « en toute bonne foi dans la théorie et la pratique de la mesure du ciel et de la terre ».

Un abaque pour la division

L'abaque de Gerbert est constitué de colonnes verticales, que nous appellerions décimales, et que l'on dessine en nombre suffisant pour le calcul envisagé : par exemple quatre, si les nombres à traiter vont jusqu'aux milliers. Son originalité tient aux jetons que l'on utilise : ils sont non pas neutres, comme ceux de l'abaque classique, mais marqués chacun d'un chiffre. L'utilisateur dispose

C	X	I	C	X	I
	2		7	1	2
				3	6
				7	2
		8	3	6	
2	4		4		
2	4	8	8	3	2

3. UNE MULTIPLICATION SUR L'ABAQUE de Gerbert, tirée d'un exemple de son élève Bernelin : $12 \times 20\,736$. Effacez les colonnes et les cercles représentant les jetons et vous obtiendrez une opération très proche de la multiplication en numération de position telle que nous la réaliserions ; il n'y manque que le zéro de 20 736, représenté par un vide dans la colonne des milliers.

de neuf tas de jetons, portant les chiffres de 1 à 9. Et ces chiffres sont arabes, ce qui représente la première apparition de cette notation en Europe. Mais attention : il ne s'agit pour l'instant que d'un marquage. Les chiffres arabes et le zéro n'ont été introduits que beaucoup plus tard – à la fin du XII^e siècle – et, grâce à eux, la numération de position que nous pratiquons encore.

Cette numération est dite de position, car la position de chaque chiffre dans le nombre informe sur son statut : dans 389, par exemple, on lit le 8 comme une quantité de dizaines, parce qu'il est dans la position des dizaines. Or cette notation n'a été possible qu'avec l'apparition des chiffres arabes et, surtout, du zéro (qui permet d'écrire que dans 309, il n'y a pas de dizaines). Alors seulement, on a pu effectuer des calculs par écrit, en alignant par exemple les nombres d'une addition sur leurs chiffres des unités.

Il ne nous est pas parvenu de description, par Gerbert, de l'utilisation de son abaque.

Une division sur l'abaque de Gerbert

Sur l'abaque de Gerbert, la division se fait en plusieurs étapes. En voici un exemple simple adapté du *Livre d'abaque* de son élève Bernelin : la division de 888 par 5. Les jetons qui jouent un rôle à chaque étape sont mis en évidence.

En premier lieu, on pose le problème (a) : on écrit le diviseur, puis le dividende deux fois, d'abord comme témoin (on ne le touchera plus), et en-dessous pour le diminuer à mesure qu'on divise et savoir ce qui reste à diviser. Puis on répond à la question « en

8 combien de fois 5 ? » pour le 8 de la colonne C des centaines (b). La réponse, 1, est placée au bas de la colonne des centaines, et on soustrait 5 du second dividende : il reste 3. La question suivante est plus subtile (c) : « En 3 de la colonne C, combien de fois 5 pour un résultat en colonne X ? » La réponse, 6, est posée sur la colonne X des dizaines, et on enlève le jeton 3, car il n'y a pas de reste.

Cette complication résulte de l'absence du zéro et de l'ignorance de la numération de position : ne

pouvant dire que le nombre formé par 3 de la colonne C du point de vue de la colonne X est 30, le calculateur ancien est réduit à appliquer des « règles » compliquées.

On refait ensuite le même calcul qu'en (b), décalé d'une colonne vers la droite (d) : « En 8 (de la colonne X) combien de fois 5 ? » La réponse, 1, est inscrite au bas de la colonne et on soustrait 5 de ce 8 : il reste 3. On recommence alors le même calcul qu'en (b), décalé d'une colonne vers la droite (e) : « En 3 de

colonne X, combien de fois 5 pour un résultat en colonne I ? » La réponse, 6, est posée en bas de la colonne des I, et le jeton 3 est retiré, car il n'y a pas de reste. Enfin, le même calcul qu'en (d) est effectué, décalé d'une colonne vers la droite (f). La réponse, 1, est placée au bas de la colonne, et le reste, 3, remplace le jeton 8 des unités. Les quotients partiels, en bas de l'abaque, sont additionnés, et on trouve 177, le quotient de la division (g). Le 3 est, quant à lui, le reste de la division.

a

C	X	I
		5
8	8	8
8	8	8

b

C	X	I
		5
8	8	8
3	8	8
1		

c

C	X	I
		5
8	8	8
	8	8
1	6	

d

C	X	I
		5
8	8	8
	3	8
1	6	1

e

C	X	I
		5
8	8	8
		8
1	6	6
	1	

f

C	X	I
		5
8	8	8
		3
1	6	6
	1	1

g

C	X	I
		5
8	8	8
		3
1	7	7