

avait pourvue d'un mécanisme lui permettant de faire comprendre le mouvement des planètes.

C'est dans ce cadre que Gerbert enseigna les règles de multiplication et de division sur son abaque, afin, explique-t-il dans une lettre adressée à un ami vers 980, que ces opérations puissent être utilisées « en toute bonne foi dans la théorie et la pratique de la mesure du ciel et de la terre ».

Un abaque pour la division

L'abaque de Gerbert est constitué de colonnes verticales, que nous appellerions décimales, et que l'on dessine en nombre suffisant pour le calcul envisagé : par exemple quatre, si les nombres à traiter vont jusqu'aux milliers. Son originalité tient aux jetons que l'on utilise : ils sont non pas neutres, comme ceux de l'abaque classique, mais marqués chacun d'un chiffre. L'utilisateur dispose

$\bar{C}$	$\bar{X}$	$\bar{I}$	C	X	I
	2		7	1	2
				3	6
				7	2
			3	6	
		8	4		
2	4				
2	4	8	8	3	2

de neuf tas de jetons, portant les chiffres de 1 à 9. Et ces chiffres sont arabes, ce qui représente la première apparition de cette notation en Europe. Mais attention : il ne s'agit pour l'instant que d'un marquage. Les chiffres arabes et le zéro n'ont été introduits que beaucoup plus tard – à la fin du XII^e siècle – et, grâce à eux, la numération de position que nous pratiquons encore.

Cette numération est dite de position, car la position de chaque chiffre dans le nombre informe sur son statut : dans 389, par exemple, on lit le 8 comme une quantité de dizaines, parce qu'il est dans la position des dizaines. Or cette notation n'a été possible qu'avec l'apparition des chiffres arabes et, surtout, du zéro (qui permet d'écrire que dans 309, il n'y a pas de dizaines). Alors seulement, on a pu effectuer des calculs par écrit, en alignant par exemple les nombres d'une addition sur leurs chiffres des unités.

Il ne nous est pas parvenu de description, par Gerbert, de l'utilisation de son abaque.

3. UNE MULTIPLICATION SUR L'ABAQUE de Gerbert, tirée d'un exemple de son élève Bernelin : $12 \times 20\,736$. Effacez les colonnes et les cercles représentant les jetons et vous obtiendrez une opération très proche de la multiplication en numération de position telle que nous la réaliserions ; il n'y manque que le zéro de 20 736, représenté par un vide dans la colonne des milliers.

Une division sur l'abaque de Gerbert

Sur l'abaque de Gerbert, la division se fait en plusieurs étapes. En voici un exemple simple adapté du *Livre d'abaque* de son élève Bernelin : la division de 888 par 5. Les jetons qui jouent un rôle à chaque étape sont mis en évidence.

En premier lieu, on pose le problème (a) : on écrit le diviseur, puis le dividende deux fois, d'abord comme témoin (on ne le touchera plus), et en-dessous pour le diminuer à mesure qu'on divise et savoir ce qui reste à diviser. Puis on répond à la question « en

8 combien de fois 5 ? » pour le 8 de la colonne C des centaines (b). La réponse, 1, est placée au bas de la colonne des centaines, et on soustrait 5 du second dividende : il reste 3. La question suivante est plus subtile (c) : « En 3 de la colonne C, combien de fois 5 pour un résultat en colonne X ? » La réponse, 6, est posée sur la colonne X des dizaines, et on enlève le jeton 3, car il n'y a pas de reste.

Cette complication résulte de l'absence du zéro et de l'ignorance de la numération de position : ne

pouvant dire que le nombre formé par 3 de la colonne C du point de vue de la colonne X est 30, le calculateur ancien est réduit à appliquer des « règles » compliquées.

On refait ensuite le même calcul qu'en (b), décalé d'une colonne vers la droite (d) : « En 8 (de la colonne X) combien de fois 5 ? » La réponse, 1, est inscrite au bas de la colonne et on soustrait 5 de ce 8 : il reste 3. On recommence alors le même calcul qu'en (b), décalé d'une colonne vers la droite (e) : « En 3 de

colonne X, combien de fois 5 pour un résultat en colonne I ? » La réponse, 6, est posée en bas de la colonne des I, et le jeton 3 est retiré, car il n'y a pas de reste. Enfin, le même calcul qu'en (d) est effectué, décalé d'une colonne vers la droite (f). La réponse, 1, est placée au bas de la colonne, et le reste, 3, remplace le jeton 8 des unités. Les quotients partiels, en bas de l'abaque, sont additionnés, et on trouve 177, le quotient de la division (g). Le 3 est, quant à lui, le reste de la division.

a

C	X	I
		5
8	8	8
8	8	8

b

C	X	I
		5
8	8	8
3	8	8
1		

c

C	X	I
		5
8	8	8
	8	8
1	6	

d

C	X	I
		5
8	8	8
	3	8
1	6	1

e

C	X	I
		5
8	8	8
		8
1	6	6
	1	

f

C	X	I
		5
8	8	8
		3
1	6	6
	1	1

g

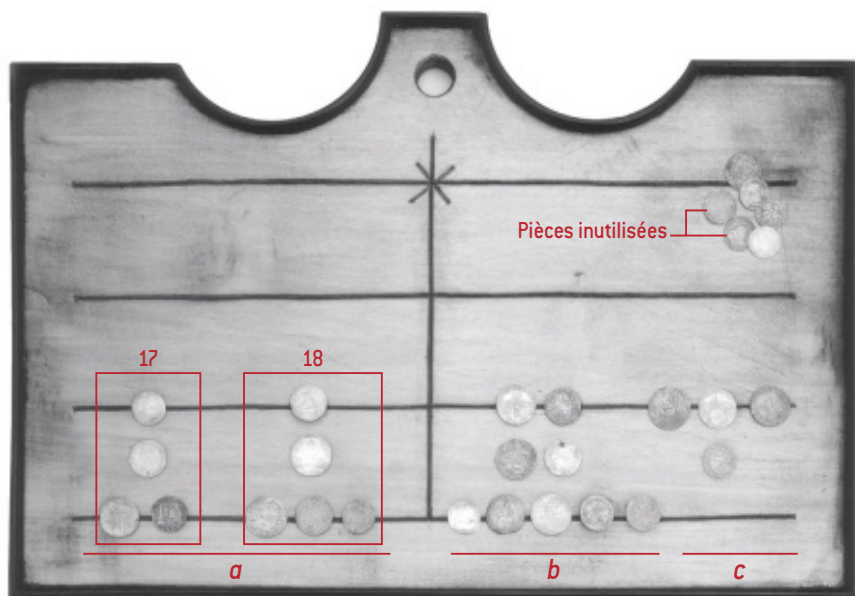
C	X	I
		5
8	8	8
		3
1	7	7

On dispose heureusement du texte de Bernelin, un élève de Gerbert qui a rapporté sa méthode alors que son maître était pape, entre 999 et 1003. Bernelin ne donne qu'une description textuelle de ses divisions, sans aucun dessin. Son texte ressemble ainsi à une suite d'instructions assez absconnes : ne pouvant utiliser le zéro, ni se référer à la numération de position – qu'il connaissait pourtant peut-être, on y reviendra –, Gerbert avait été obligé d'énoncer toute une série de règles, définissant la colonne dans laquelle on place tel jeton en cours de calcul en fonction des colonnes où l'on a lu tel chiffre du dividende et tel autre du diviseur. Néanmoins, on comprend les étapes de la division en se reportant à l'opération telle que nous la pratiquons aujourd'hui (voir la figure 3 et l'encadré page ci-contre).

Un bénéfice de son séjour en Catalogne ?

Un grand mystère entoure le calculateur Gerbert : où a-t-il puisé les idées qui l'ont conduit à son abaque ? Celui-ci n'existait pas chez les Arabes de son temps, et c'est donc une invention personnelle. Mais il présente de telles ressemblances avec notre numération de position, alors déjà connue des Arabes, qu'on peut faire une hypothèse raisonnable : Gerbert en aurait pris connaissance au cours de son séjour en Catalogne, quand il avait une vingtaine d'années. À cette époque, la Catalogne, qui ne portait pas encore son nom, était la partie orientale de la Marche d'Espagne, une bande de terres longeant les Pyrénées que Charlemagne avait conquise aux Arabes à la fin du VIII^e siècle. Le reste de l'Espagne était dominé par les Arabes. Plusieurs historiens pensent que lors de son séjour dans la Marche, Gerbert a été en contact avec la science arabe, sans doute par l'intermédiaire du monastère de Santa Maria à Ripoll, à 40 kilomètres au Nord de Vich, où des moines recopiaient des traductions latines d'ouvrages arabes sur l'astronomie, la géométrie et l'arithmétique.

Mais pourquoi, alors, Gerbert n'aurait-il pas préconisé tout simplement le calcul écrit, que cette numération permettait ? C'est un autre mystère, et une nouvelle



4. SUR CET ABAQUE CLASSIQUE (XV^e siècle), les lignes correspondent, de bas en haut, aux unités, dizaines, centaines et milliers, et les positions intermédiaires aux valeurs 5, 50 et 500. La hauteur à laquelle un jeton est posé détermine la « valeur » qu'il prend momentanément. Les jetons disposés ici représentent les trois étapes d'une addition. Les deux nombres à additionner, 17 et 18 (a), sont rapprochés pour former l'addition (b), puis une réduction du nombre de jetons est effectuée (c) en remplaçant deux jetons intermédiaires valant 5 par un jeton sur la ligne des dizaines, et cinq jetons unifiés par un jeton intermédiaire entre la ligne des unités et celle des dizaines. Le résultat obtenu est trois jetons sur la ligne des dizaines et un jeton intermédiaire valant 5, soit 35.

hypothèse : il était moine et ce qui venait des Arabes était suspect. Il a peut-être craint d'être accusé de sorcellerie ; il aurait alors inventé son abaque comme un moyen terme, entre l'abaque à lignes lié aux chiffres romains et la science arabe qui connaissait la numération de position et le zéro. La question reste entière...

Supplanté par le calcul arabe

L'avenir de l'abaque de Gerbert a été très modeste, pour une raison que le moine ne pouvait pas prévoir. L'engin n'intéressait qu'une élite, les meilleurs calculateurs ; or cette même clientèle s'est jetée sur le nouveau calcul – rendu possible par la numération de position, elle-même fondée sur les chiffres arabes et le zéro – dès qu'il s'est répandu en Europe chrétienne, vers la fin du XII^e siècle. Ces mêmes personnes ont considéré dès lors l'abaque de Gerbert comme trop compliqué par rapport à la division par effacement ou biffage qu'il était désormais facile de réaliser par écrit.

L'AUTEUR

Alain SCHÄRLIG est professeur honoraire de la Faculté des Hautes études commerciales de l'Université de Lausanne, en Suisse.

✓ BIBLIOGRAPHIE

A. Schärli, *Un portrait de Gerbert d'Aurillac. Inventeur d'un abaque, utilisateur précoce des chiffres arabes, et pape de l'an mil*, PPUR, 2011.

A. Schärli, *Du zéro à la virgule, les chiffres arabes à la conquête de l'Europe, 1143-1585*, PPUR, 2010.

A. Schärli, *Compter avec des jetons. Tables à calculer et tables de compte du Moyen Âge à la Révolution*, PPUR, 2003.

B. Bakhouch (éd. et trad.), Bernelin, *Livre d'Abaque*, Princi Négrier, 2000.