

de recherche. Ce sont des preuves hétérodoxes certes, qu'on pourrait transformer en preuves formelles très longues (car le contexte est discret et se réduit à l'arithmétique), mais personne n'en ressent la moindre nécessité. Ce sont les preuves dont ce domaine mathématique a besoin, et aucun autre type de preuves n'établira mieux le résultat qu'il existe une configuration de dix cellules qui croît indéfiniment.

Une autre démonstration par énumération (menée par ordinateur, bien sûr) a établi qu'il n'existe aucune configuration de neuf cellules ou moins qui croît indéfiniment : la configuration à dix cellules de P. Calahan est donc la plus petite possible ayant cette propriété.

Le résultat cité paraîtra un peu anecdotique, mais ce n'est pas toujours le cas. La meilleure preuve du théorème de John von Neumann qu'il existe des configurations auto-reproductrices fonctionnant sur un schéma génétique (voir l'article de cette rubrique de janvier 2012) est de cette nature. La conviction profonde que doit donner une démonstration peut dans ce cas soit provenir de la lecture attentive du texte de von Neumann (c'est un gros effort), soit provenir de l'observation du calcul réalisé par le programme qui fait fonctionner sa fameuse configuration, programme dont bien sûr on s'assurera qu'il fait ce qu'on attend et rien d'autre. Les preuves par observation du fonctionnement d'un programme pourraient bien jouer un rôle important dans l'avenir des mathématiques.

Confier le calcul à un ordinateur

Nous n'insisterons pas sur les preuves obtenues par l'usage d'un ordinateur qui réalise un calcul (qu'on n'observe pas directement comme précédemment). Depuis plusieurs dizaines d'années, leur usage s'étend lentement et on leur doit maintenant des théorèmes importants. Signalons un très bel exemple tout récent. En janvier de cette année, après plus de cinq ans de travail, le théorème fondamental du sudoku a été démontré : une grille de sudoku 9×9 doit comporter 17 chiffres préinscrits ou plus pour avoir une solution unique.

Le résultat m'a été signalé par son auteur Gary McGuire, de l'*University College* de Dublin, qui, pour son énorme calcul, a été aidé de Bastian Tuguean et Gilles Civario. Précisons qu'il y a peu de temps, ce calcul était jugé infaisable et qu'il n'a pu être mené que parce qu'il a été préalablement simplifié par une étude mathématique utilisant certains outils combinatoires, dont le lemme de Burnside.

Les tentatives mathématiques directes (sans ordinateurs) pour traiter le problème réussissent à montrer assez facilement que sept données sont nécessaires, mais ne vont pas plus loin pour l'instant. On est donc très loin du 17 obtenu avec l'ordinateur et qui apparaît totalement hors de portée du pur raisonnement non assisté par une machine. La preuve par ordinateur a exigé un calcul équivalent à plus de sept millions d'heures (environ 800 ans) d'un bon processeur d'ordinateur de bureau. L'examen du programme, des résultats mathématiques sur lesquels il se fonde, des contrôles assurant que tout se déroule bien et du résultat qu'il produit, constituent un ensemble de données communicables qu'il faut considérer comme une preuve rigoureuse au sens de Thom.

La liste des démonstrations hétérodoxes contient d'autres catégories encore, que je cite brièvement sans donner d'exemples : à l'inverse de la conception formaliste, elles incitent à une vision libre et ouverte de l'activité mathématique.

– Les preuves sans transfert de connaissance. En dialoguant avec la personne qui détient la preuve, vous serez persuadé que l'affirmation mathématique est juste, mais vous n'apprenez rien de la preuve et vous restez donc incapable d'en convaincre quelqu'un d'autre (voir l'article de cette rubrique de janvier 2011).

– Les preuves probabilistes : même si la preuve aboutit, il reste une probabilité (que l'on tentera de rendre aussi faible que possible) pour que le résultat prouvé soit faux.

– Les preuves holographiques (ou PCP) : vérifier la preuve (avec un risque très faible de se tromper) n'exige qu'un petit morceau de la preuve.

L'AUTEUR



Jean-Paul DELAHAYE est professeur à l'Université de Lille et chercheur au Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille (LIFL).

BIBLIOGRAPHIE

G. McGuire, *There is no 16-clue Sudoku*, 2012 : <http://www.math.ie/checker.html>

R. Nelsen, *Proof without words*, The Mathematical Association of America, vol. I 1993, vol. II 2000, version française à paraître aux éditions Hermann, 2012.

J.-P. Delahaye, *Persuader de son savoir sans le transmettre*, *Pour la Science* n° 399, janvier 2011.

J.-P. Delahaye, *Du rêve à la réalité des preuves*, *Pour la Science* n° 402, avril 2011.

J.-P. Delahaye, *Quand la physique démontre des théorèmes mathématiques*, *Pour la Science* n° 388, février 2010.

C. Alsina et R. Nelsen, *Visualizing Basic Identities*, The Mathematical Association of America, 2009.

M. Levi, *The Mathematical Mechanic*, Princeton University Press, 2009.

C. Alsina et R. Nelsen, *Math Made Visual*, The Mathematical Association of America, 2006.

 IDÉES DE PHYSIQUE

L'anneau bavard, *alias* chatter ring

Le chatter ring, l'« anneau qui bavarde », est un accessoire de jonglerie très populaire en Nouvelle-Zélande, à Hawaï et au Japon. Son principe s'apparente à celui d'un hula hoop à plusieurs anneaux.

Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK

Q uasi inconnu en France, le *chatter ring* a connu son heure de gloire à la fin du siècle dernier (le XX^e...) en Nouvelle-Zélande, où 170 000 exemplaires ont été vendus en moins d'un an, et au Japon (500 000 exemplaires). Ce jeu difficile à maîtriser consiste en une tige métallique circulaire sur laquelle sont enfilés cinq petits anneaux, métalliques eux aussi.

Mis en rotation rapide, les cinq anneaux effectuent le long de la tige annulaire une sorte de mouvement de *hula hoop* descendant, en faisant tinter un son métallique. Cela se poursuit tant que l'utilisateur parvient à maintenir les anneaux « vivants » en faisant tourner le grand anneau sur lui-

même (voir la figure 1). Entre les mains de joueurs expérimentés, cet objet devient un accessoire de impressionnant. Et il offre au physicien un joli sujet de réflexion...

Et le jeu renaquit de ses cendres...

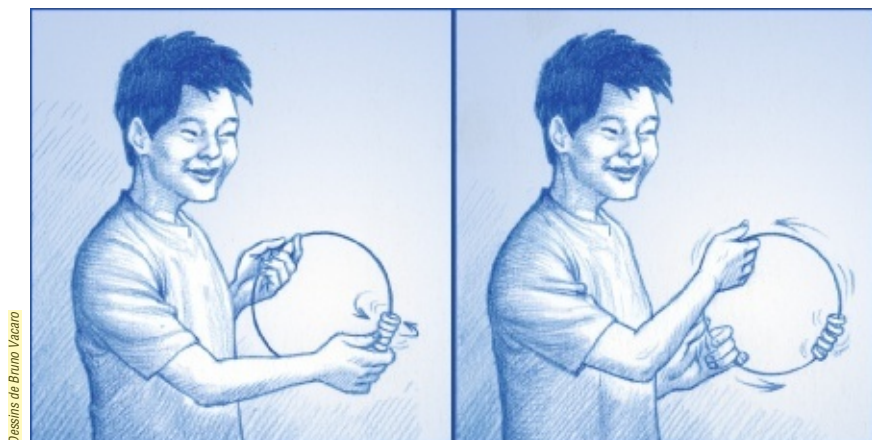
Le *chatter ring*, nommé aussi *jitter ring*, est constitué d'une tige d'acier de 6,4 millimètres de diamètre formant un cercle de 28 centimètres de diamètre, sur lequel sont enfilés cinq anneaux de trois centimètres de diamètre extérieur et de sept millimètres d'épaisseur. Le trou central de ces anneaux est deux fois plus large que la tige. Une fois lancés par un vigoureux

coup de pouce, les petits anneaux tournent très rapidement autour de la tige centrale, en descendant lentement.

Le principe du jeu est de faire tourner la tige pour maintenir les petits anneaux en rotation à hauteur constante. Une fois ce mouvement maîtrisé, on peut ensuite réaliser des figures, par exemple faire passer le grand anneau en position horizontale ou jongler sans que les petits anneaux ne cessent de tourner autour de la tige.

L'ancêtre du *chatter ring* est le *gyro ring*, jeu pour enfants né peut-être au début du XX^e siècle (un brevet de 1906 de l'Américain William Van Horn porte sur un système à un seul anneau). Le *gyro ring* était composé d'une tige métallique circulaire traversant cinq anneaux de plastique. Dans les années 1980, le physicien américain Jearl Walker a mentionné une variante, le *fiddlestick*, dans *Le carnaval de la physique*, son ouvrage bien connu des amateurs de physique amusante. Dans cette version, les petits anneaux descendent le long d'une tige rectiligne verticale.

Le *gyro ring* ou le *fiddlestick* seraient restés dans l'ombre si, dans les années 1990, un incendie n'avait pas détruit la maison d'un jeune Néo-Zélandais qui avait en sa possession un exemplaire de *gyro ring* (du moins est-ce ce qu'on raconte). En cherchant dans les décombres de sa chambre calcinée, le jeune homme retrouve son jeu avec les petits anneaux dépouillés de leur plastique, qui a brûlé. Il s'aperçoit vite que l'objet rescapé est bien plus rapide et qu'il produit un ronronnement métallique marqué (c'est ce



Dessins de Bruno Vacaro

1. CINQ PETITS ANNEAUX MÉTALLIQUES mis en rotation rapide autour d'une tige circulaire : ce jeu simple, le *chatter ring* ou *jitter ring*, consiste à maintenir le plus longtemps possible la rotation des anneaux. Pour ce faire, le joueur doit faire tourner le grand cercle de façon à garder les petits anneaux à la même hauteur.

qui lui vaut le nom de *chatter ring*, anneau qui bavarde]. Avec l'aide de son père, il fabrique alors de nouveaux jeux en remplaçant les anneaux par des écrous.

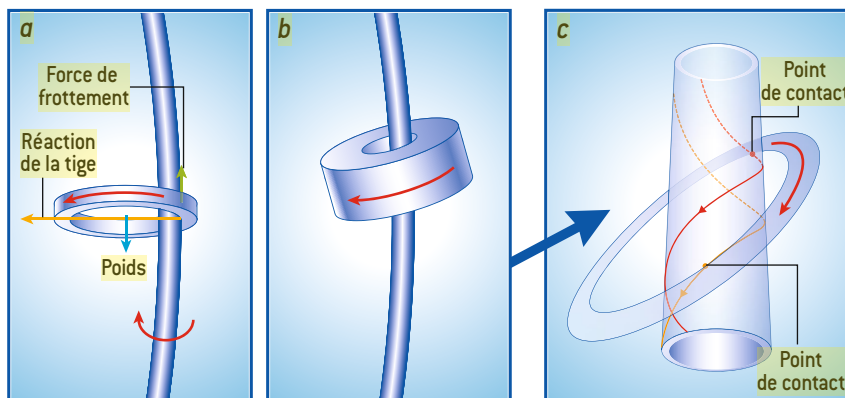
En voyant des enfants y jouer, Murray Potts, responsable d'une ferme de production de kiwis, perçoit tout le potentiel du dispositif. Il l'améliore et convainc Warehouse, le plus gros vendeur néo-zélandais de jouets, qui en écoule 140 000 exemplaires dans ce pays entre avril et octobre 1996. Le succès du jeu est tel que des écoles sont obligées de l'interdire...

Descente hélicoïdale

Comment expliquer le comportement des petits anneaux ? En première approximation, leur mouvement est semblable à celui d'un *hula hoop*. Dans un *hula hoop*, l'anneau est horizontal, c'est-à-dire perpendiculaire à l'axe vertical formé par le corps du joueur, et roule sans glisser sur l'axe central. Lorsque la rotation est assez rapide, le cerceau prend une position horizontale sous l'effet de la force centrifuge. C'est en remuant son bassin que le joueur entretient la rotation du cerceau. Toujours à cause de la force centrifuge, l'anneau est fermement plaqué contre l'axe vertical du corps. Ce contact crée une force de frottement qui empêche l'anneau de glisser vers le bas pendant qu'il roule sur le corps.

De la même façon, dans le *chatter ring*, la rotation permet aux petits anneaux de rester plaqués contre la tige centrale. Ainsi, ils ne glissent pas. Toutefois, aucun mouvement de la tige analogue à celui du corps dans le *hula hoop* ne vient entretenir leur rotation. D'où les anneaux tirent-ils donc l'énergie pour continuer de tourner ? Réponse : du champ de pesanteur. Voyons comment.

Les anneaux du *chatter ring* ne sont pas perpendiculaires à la tige, mais inclinés. Cette inclinaison, ajoutée à l'épaisseur de l'anneau, fait que le contact entre un anneau et la tige a lieu en deux points et non plus un seul (voir la figure 2). Il s'ensuit qu'en roulant sur la tige, l'anneau ne se déplace pas sur un cercle restant dans un même plan, mais selon une hélice : à la rotation s'ajoute un mouvement de translation (sans



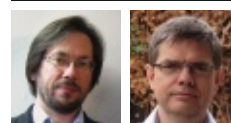
2. LE PRINCIPE DU CHATTER RING s'apparente à celui du *hula hoop*. Dans ce dernier [a], l'anneau est maintenu en rotation à un niveau constant grâce à une agitation appropriée de l'axe : cette agitation fait tourner l'anneau, et la réaction de la tige, opposée à la force centrifuge, crée une force de frottement suffisante pour que l'anneau ne glisse pas vers le bas. Dans le *chatter ring* [b et c], l'anneau est incliné, avec deux points de contact avec l'axe. Quand l'anneau tourne sans glisser, il descend le long de la tige, les deux points de contact décrivant une hélice. L'énergie cinétique gagnée lors de cette descente dans le champ de pesanteur sert à entretenir la rotation.

glissement) le long de la tige. Du couplage de ces mouvements résulte un transfert d'énergie. La perte d'énergie du mouvement de rotation, due au frottement de roulement entre l'anneau et la tige, est compensée par l'énergie cinétique gagnée lors de la descente dans le champ de pesanteur. Et le joueur compense en continu cette descente en faisant tourner la tige centrale dans un plan vertical, ce qui a pour effet de maintenir les anneaux à un même niveau.

En expérimentant, on voit que les anneaux adoptent l'inclinaison maximale compatible avec leur géométrie. On comprend aussi que l'inclinaison est d'autant plus forte que le diamètre est grand, et il en est de même pour le pas de l'hélice décrite le long de la tige. On en déduit que, pour une même vitesse de rotation, la descente le long de la tige est d'autant plus rapide que le diamètre intérieur de l'anneau est grand.

Conséquence ? Si l'anneau est trop large, une rotation suffisamment rapide pour que la force centrifuge plaque l'anneau sur la tige entraînerait une descente trop brutale, que le joueur serait incapable de compenser. Ainsi, si son diamètre est trop grand, l'anneau se met à glisser. En revanche, si l'anneau est trop petit, il est quasi horizontal ; la descente

LES AUTEURS



Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK sont professeurs de physique à l'Université Pierre et Marie Curie, à Paris. Leur blog : <http://blog.idphys.fr>

BIBLIOGRAPHIE

H. R. Crane, Chattering, the chattering and the hula hoop, *The Physics Teacher*, vol. 30(5), pp. 306-308, 1992.

Retrouvez les articles de J.-M. Courty et E. Kierlik sur www.pourlascience.fr