

un phénomène radicalement neuf, typique de l'extrême modernité.

Et pourtant... Répondre à la question « Quoi de neuf ? » est plus difficile qu'ils ne l'imaginent.

→ VASO... CONTRITION

Gâce à l'habitude prise par les commerçants d'inscrire sur leurs sacs toutes sortes de devises et de slogans, le moindre achat peut se transformer en occasion d'enrichissement culturel.

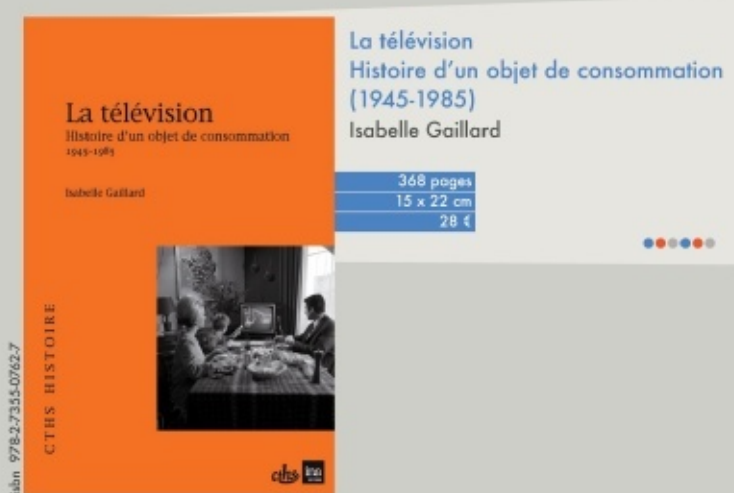
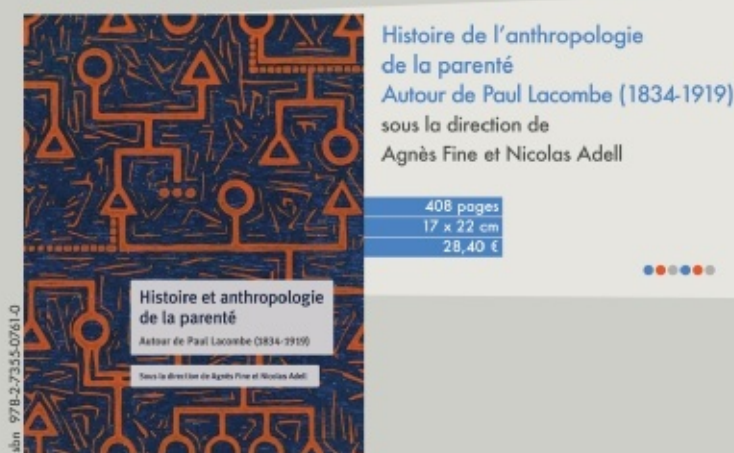
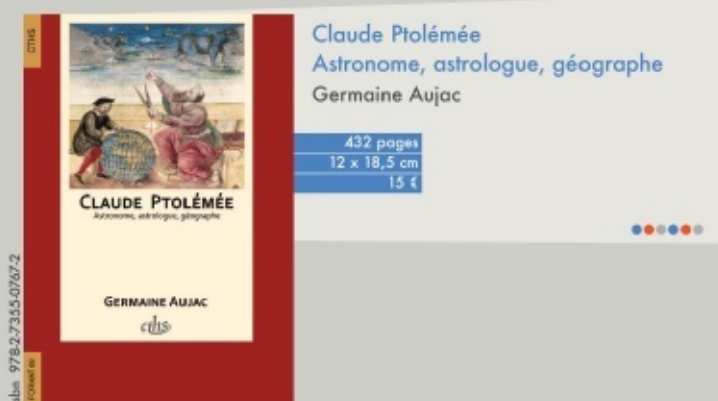
Information portée par le sac d'une pharmacie : « La vigne (*vit*) est riche en flavonoïdes et tanins. Les feuilles de vigne ont un effet vasoconstricteur remarquable pour votre corps. » Qui lit « feuille de vigne » pense « cache-sexe ». Et un mystère de l'histoire de l'art s'éclaire soudain ! Les peintures de la Renaissance représentent Adam et Ève voilés par une feuille de vigne. Or, selon la Bible, ceux-ci avaient couvert leur nudité d'une feuille non de vigne, mais de figuier. Pourquoi cette substitution ? La réponse est sur le sac. Parce que la feuille de vigne est un vasoconstricteur. Elle fait donc plus et mieux que cacher les organes : elle les rend, derrière elle, tout petits, petits. Double satisfaction pour les pudibonds.

Satanés peintres de la Renaissance, ils en connaissaient de ces particularités ! ■



Éditions du Comité des travaux historiques et scientifiques

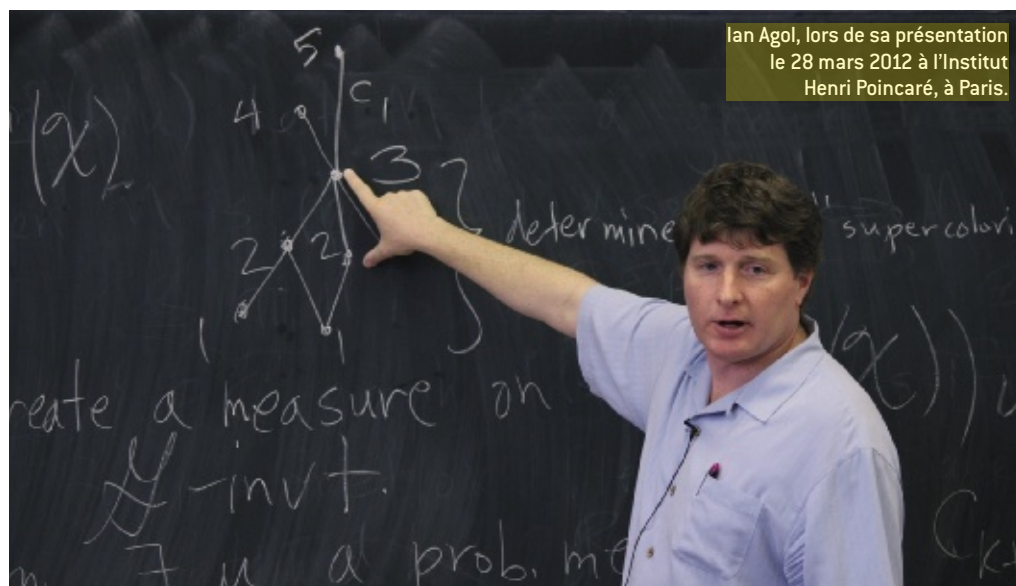
la plus importante collection d'instruments de travail
pour la recherche en sciences humaines



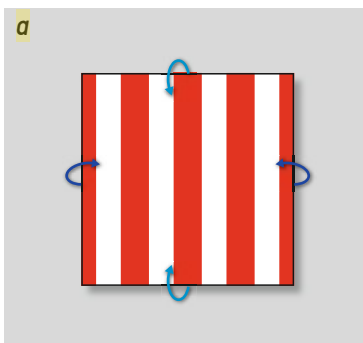
Mathématiques

La conjecture de fibration virtuelle démontrée

L'Américain Ian Agol a prouvé une conjecture de géométrie énoncée en 1982 par William Thurston dans le cadre d'un vaste programme qui englobait notamment la conjecture de Poincaré.



On peut décrire le tore T^2 comme un carré $[a]$ dont on recolle les côtés deux à deux opposés $[b]$: on obtient ainsi une surface en forme de bouée $[c]$. Ce tore constitue une variété de dimension 2.



En 1982, l'Américain William Thurston posait 24 problèmes. L'un d'eux était la «conjecture de géométrisation», démontrée en 2003 par le Russe Grigory Perelman et qui prouvait du même coup la conjecture de Poincaré (l'équivalent en dimension 3 du fait que toute surface fermée et sans trou peut être déformée continûment en une surface sphérique). L'un des deux problèmes qui restaient en suspens vient d'être résolu par Ian Agol, de l'Université de Californie à Berkeley. Il s'agit de la conjecture dite de fibration virtuelle, qui affirme que toute variété de dimension 3 dont la géométrie est de type hyperbolique peut être dépliée en une variété fibrée. Expliquons-nous.

Une variété est une généralisation de la notion de surface. La surface d'un tore est un exemple en deux dimensions que l'on peut imaginer «plongé» dans un espace de dimension supérieure, où il devient une bouée dont seule la surface importe. On peut aussi se dispenser de cette plongée. La surface d'un tore, noté T^2 , peut alors

être représentée par un carré muni d'instructions de recollement des côtés opposés deux à deux (voir la figure). Avec une dimension supplémentaire, un tore T^3 correspond à un cube dont on recolle les faces deux à deux opposées.

On obtient une classe intéressante de variétés en épaississant une surface quelconque sans bord de façon à former un objet tridimensionnel ayant comme bords une surface intérieure et une autre extérieure. Le recollement de ces deux surfaces conduit à une variété de dimension 3 – un empilement de surfaces – que l'on peut balayer tout au long de l'épaisseur. La variété est dite fibrée en surfaces.

Toutes les variétés de dimension 3 sont-elles fibrées en surfaces? Non, c'est justement l'enjeu de la conjecture de fibration virtuelle que l'on peut reformuler ainsi : toute variété hyperbolique de dimension 3 est fibrée quand elle est dépliée de façon adéquate. Pour comprendre cette étape, revenons au tore vu comme un carré recollé. Une autre façon de le voir est d'imaginer un quadrillage infini

du plan euclidien dont chaque carré est une copie du carré initial.

Dans cette configuration, deux points sont équivalents quand on peut passer de l'un à l'autre par une combinaison finie de pas (vers la droite, vers la gauche...) de longueur égale au côté du carré. Le dépliage consiste à ne s'intéresser qu'à un sous-groupe de ces transformations (notamment, la composition de deux transformations doit aussi appartenir à ce sous-groupe). On sait désormais que pour toute variété hyperbolique, il existe une façon de la déplier pour obtenir une variété fibrée que l'on comprend particulièrement bien.

Les mathématiciens se réjouissent de cette preuve, car les travaux qu'elle a nécessités ont conduit à de nombreux développements dans divers champs des mathématiques. En outre, elle utilise des idées issues de branches inattendues telles que l'algèbre, les systèmes dynamiques et les probabilités. C'est à cela que l'on reconnaît un résultat important.

→ Loïc Mangin