

comme le jeu B' sont perdants car, même si au départ on peut gagner plusieurs fois de suite, les règles font qu'on tombe rapidement dans un état défavorable qui fait inéluctablement perdre de l'argent au joueur.

Une explication simple!

Cet état défavorable est celui correspondant au côté BLANC du jeton pour le jeu A', et au côté NOIR du jeton pour le jeu B'. La combinaison des jeux A' et B' a pour effet de

permettre au joueur qui joue A' de sortir de l'état de blocage BLANC qui lui est défavorable et dans lequel il reste indéfiniment coincé quand seul A' est pratiqué. Le jeu B', qui subit de même un blocage dû au côté NOIR du jeton, en sort grâce au jeu A'. En jouant un seul des jeux, A' ou B', le joueur tombe dans un piège dont il ne sort plus. En jouant alternativement l'un ou l'autre (et plus généralement en mélangeant A' et B'), chaque jeu débloque l'autre.

Comme on le constate en examinant les valeurs numériques des diverses combi-

naisons (voir l'encadré 3), plus les basculements entre A' et B' sont rapides dans un jeu combiné, plus le jeu composé est gagnant. Inversement, si les changements de A' à B' et de B' à A' sont trop lents, la combinaison des deux jeux perdants reste un jeu perdant. C'est ainsi que :

- le jeu $\{5\%A + 95\%B\}$ est perdant, d'espérance $-0,35$ euro par partie.
- le jeu $\{8A' + 8B'\}$ est perdant, avec une espérance de $-0,13$ euro par partie.
- le jeu $\{0,2 : A' \leftrightarrow B'\}$ est perdant, d'espérance $-0,07$ euro par partie.

3. Le mégaparaux de Parrondo



Les jeux A' et B' du mégaparaux de Parrondo (découvert par Roland Yéléhada en 2011) dépendent d'un jeton mis en commun quand on compose les jeux. Dans chaque jeu, on tire à pile ou face avec une pièce non truquée. Selon que le jeton montre son côté blanc ou son côté noir, on opère différemment.

Jeu A'. Quand le jeton est blanc, si on a PILE, le joueur gagne 3 euros, si on a FACE, le joueur perd 1 euro et retourne le jeton. Dans le cas où le jeton montre son côté noir, si on a PILE, le joueur gagne 1 euro; si on a FACE, le joueur perd 2 euros.

Jeu B'. Quand le jeton montre son côté noir, si on a PILE, le joueur gagne 3 euros; si on a FACE, le joueur perd 1 euro, et retourne le jeton. Dans le cas où le jeton montre son côté blanc, si on a PILE, le joueur gagne 1 euro, si on a FACE, le joueur perd 2 euros.

Chaque jeu possède une espérance très négative de $-0,50$ euro par partie, mais toutes les compositions simples associant A et B sont nettement gagnantes. C'est seulement pour les compositions où de longues séquences de la même stratégie sont jouées consécutivement que l'espérance est négative. Le texte de l'article donne la clef de ce comportement.

x	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Espérance de $\{x\%A' + y\%B'\}$	-0,500	-0,229	-0,022	+0,130	+0,216	+0,246	+0,220	+0,128	-0,018	-0,231	-0,500

Schéma de composition 1 : $\{x\%A' + y\%B'\}$. On joue aléatoirement le jeu A' ou le jeu B' avec la probabilité x (exprimée en pourcentage) de choisir A' et $y = 1 - x$ de choisir B'.

n \ m	1	2	3	4	5	6
1	+0,500	+0,356	+0,199	+0,080	-0,007	-0,076
2	+0,356	+0,399	+0,312	+0,214	+0,128	+0,055
3	+0,199	+0,312	+0,277	+0,208	+0,139	+0,075
4	+0,080	+0,214	+0,208	+0,161	+0,106	+0,055
5	-0,007	+0,128	+0,139	+0,106	+0,063	+0,021
6	-0,076	+0,055	+0,075	+0,055	+0,021	-0,016

Schéma de composition 2 : $[mA' + nB']$. On joue périodiquement m fois le jeu A', puis n fois le jeu B'.

x	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Espérance de $\{x : A' \leftrightarrow B'\}$	-0,500	-0,250	-0,070	+0,061	+0,167	+0,250	+0,318	+0,376	+0,424	+0,464	+0,500

Schéma de composition 3 : $[x : A' \leftrightarrow B']$. On joue l'un des jeux A' ou B', en changeant de l'un à l'autre avec la probabilité x.