

À la fin du XIX^e siècle, le mathématicien allemand Leopold Kronecker déclarait : « Dieu a créé les nombres entiers, tout le reste est l'œuvre de l'homme. » Il pensait que les nombres entiers jouent un rôle fondamental en mathématiques. Pour les physiciens d'aujourd'hui, cette citation a un autre retentissement. Elle fait écho à une vision qui s'est imposée ces dernières décennies, à savoir que la nature serait essentiellement discrète et non continue, que les éléments de base de la matière et de l'espace-temps peuvent être comptés un par un. Cette idée remonte aux atomistes de la Grèce ancienne, et elle nous parle davantage encore à l'ère numérique. De nombreux physiciens en sont arrivés à se représenter le monde naturel comme un immense ordinateur décrit par des bits d'information, et les lois de la physique comme un algorithme, semblable à la pluie de chiffres verts que Neo voit à la fin du film *Matrix* (1999).

Mais est-ce vraiment ainsi que les lois de la physique sont faites ? Même si cela n'est pas dans l'air du temps, je suis loin d'être le seul scientifique à penser que la réalité est au fond continue plutôt que discrète. Selon cette vision, le monde est un continuum : zoomez tant que vous voudrez, vous ne trouverez pas d'éléments de base irréductibles.

Les quantités physiques ne sont pas des nombres entiers, mais des nombres réels, des nombres continus avec une infinité de chiffres après la virgule. Les fans de *Matrix* seront déçus de l'apprendre, mais les lois actuelles de la physique présentent certaines caractéristiques que personne ne sait simuler sur ordinateur, quelle que soit sa capacité de mémoire. Il est essentiel

L'AUTEUR



David TONG est professeur de physique théorique à l'Université de Cambridge, en Grande-Bretagne.

Cet article est adapté de l'essai présenté en 2011 par D. Tong au troisième concours d'essais de l'Institut des questions fondamentales (FQXi, une association internationale à but non lucratif, www.fqxi.org), où la question posée était : « La réalité est-elle numérique ou analogique ? » L'essai de D. Tong a été classé deuxième ex aequo.

BIBLIOGRAPHIE

A. Zee, *Quantum Field Theory in a Nutshell*, Princeton University Press (2^e édition), 2012.

D. B. Kaplan, *Chiral symmetry and lattice fermions*, <http://arxiv.org/abs/0912.2560>.

F. Tanedo, *Helicity, chirality, mass, and the Higgs*, www.quantumdiaries.org/2011/06/19/helicity-chirality-mass-and-the-higgs.

d'intégrer cet aspect pour développer une théorie physique complètement unifiée.

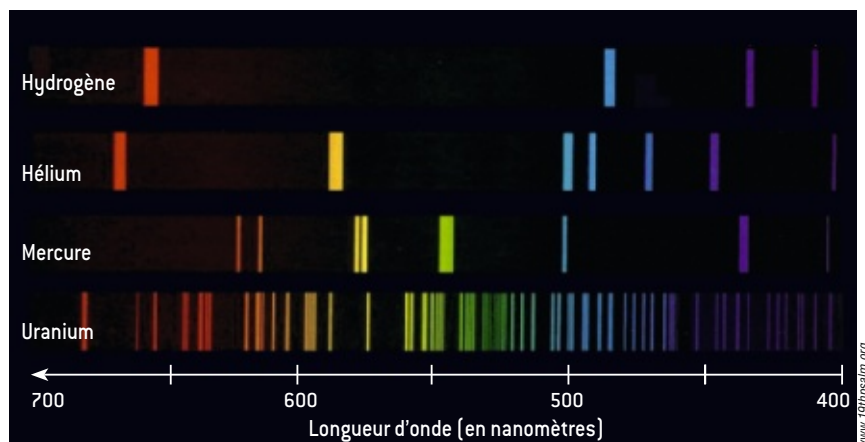
Le débat entre le continu et le discret est l'un des plus anciens de la physique. Tandis que les atomistes concevaient la réalité comme discrète, d'autres philosophes grecs (Aristote par exemple) se la représentaient comme un continuum. À l'époque d'Isaac Newton, aux XVII^e et XVIII^e siècles, les philosophes de la nature étaient partagés entre théories corpusculaires (discrètes) et théories ondulatoires (continues). À l'époque de Kronecker, les avocats de l'atomisme, tels que John Dalton, James Clerk Maxwell et Ludwig Boltzmann, savaient même dériver, sur des bases atomistiques, les principes de la chimie et de la thermodynamique. Mais de nombreux scientifiques restaient sceptiques.

Wilhelm Ostwald, lauréat du prix Nobel de chimie en 1909, faisait remarquer que les principes de la thermodynamique ne se réfèrent qu'à des quantités continues telles que l'énergie. De même, la théorie électromagnétique de Maxwell décrit les champs électriques et magnétiques comme des grandeurs continues. En 1882, Max Planck, qui sera un précurseur de la physique quantique, concluait un important article par ces mots : « Malgré le succès actuel de la théorie atomique, elle devra à terme être abandonnée au profit de l'hypothèse d'une matière continue. »

Des entiers arbitraires

L'un des arguments les plus puissants des partisans du continu est l'apparence arbitraire du discret. À titre d'exemple, considérons le nombre de planètes dans le Système solaire. À l'école, on m'a appris qu'il y en avait neuf. En 2006, les astronomes ont officiellement déchu Pluton de son rang de planète, et il n'en reste plus que huit. Dans le même temps, ils ont introduit une liste de « planètes naines ». Si vous incluez ces dernières, leur nombre s'élève alors à 13.

En résumé, la seule réponse honnête à la question du nombre de planètes est que cela dépend de la façon dont vous comptez. La ceinture de Kuiper, au-delà de Neptune, contient des objets dont la taille varie entre quelques micromètres et quelques milliers de kilomètres. Vous ne pouvez compter le nombre de planètes que si vous faites une distinction arbitraire entre ce qui est une planète, ce qui est une planète naine, et ce



1. LES SPECTRES D'ÉMISSION DES ATOMES ont des parties discrètes, constituées de longueurs d'onde que l'on peut étiqueter à l'aide de nombres entiers.

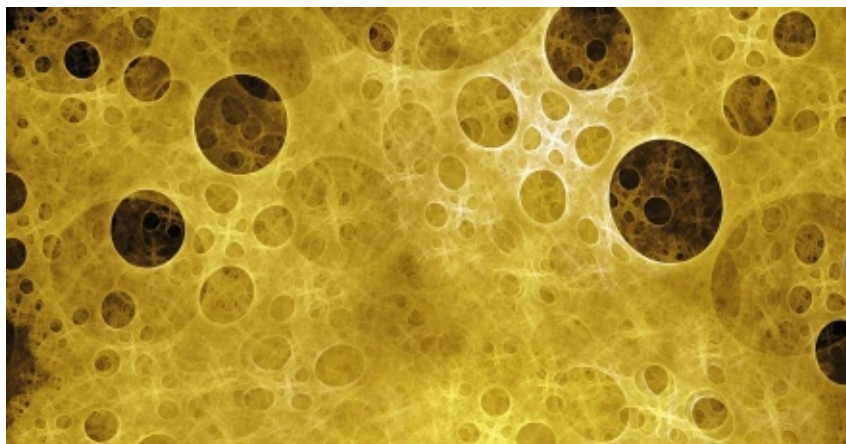
qui est simplement un gros morceau de roche ou de glace.

La mécanique quantique a transformé le débat discret-continu (le terme *quantum* a été introduit pour désigner une quantité minimale bien définie, d'énergie en l'occurrence). Si la définition d'une planète peut être arbitraire, ce n'est pas le cas de la définition d'un atome ou d'une particule élémentaire. Les entiers qui numérotent les éléments chimiques sur le tableau de Mendeleïev (et qui, nous le savons aujourd'hui, correspondent aux nombres de protons des atomes en question) sont objectifs. Quels que soient les développements que la physique nous réserve, je suis prêt à miser gros sur le fait que nous n'observerons jamais d'élément à $\sqrt{500}$ protons, situé entre le titane et le vanadium. Les entiers en physique atomique ont vocation à rester.

Des entiers nés d'une équation continue

Un autre exemple est fourni par la spectroscopie, l'étude de la lumière émise ou absorbée par la matière. Un atome d'un type donné ne peut émettre que de la lumière de longueurs d'onde (ou couleurs) particulières, ce qui constitue une empreinte caractéristique de chaque élément. Contrairement aux empreintes digitales humaines, les spectres atomiques obéissent à des règles mathématiques précises, et ces règles mettent en jeu des entiers. Les premières tentatives pour comprendre la théorie quantique, notamment par le physicien danois Niels Bohr, plaçaient l'aspect discret au cœur de l'édifice.

Mais l'interprétation de Bohr n'a pas eu le dernier mot. En 1925, l'Autrichien Erwin Schrödinger a développé une approche alternative de la théorie quantique, fondée sur la notion d'ondes. L'équation qu'il a formulée pour décrire l'évolution de ces ondes au cours du temps ne contient que des grandeurs continues, et pas d'entiers. Mais quand on résout l'équation de Schrödinger pour un système donné, on assiste à un tour de magie mathématique. Prenons l'atome d'hydrogène : les électrons sont en orbite autour du noyau à des niveaux d'énergie bien particuliers. Cela se traduit par un spectre spécifique de l'atome. L'atome est analogue à un tuyau d'orgue, qui produit une série discrète de notes alors que le mouvement de l'air est continu. Au moins en ce qui concerne l'atome, la leçon est claire : Dieu n'a pas fait les nombres entiers ; il a



2. LE NOMBRE DE DIMENSIONS n'est pas forcément un entier. Ainsi, cette éponge fractale peut être caractérisée par une dimension comprise entre deux et trois.

fait les nombres réels, et le reste est le fait de l'équation de Schrödinger.

En d'autres termes, les entiers ne sont pas des hypothèses de la théorie, comme le pensait Bohr, mais des conséquences. Les entiers sont un exemple de ce que les physiciens appellent une quantité émergente. Dans cette perspective, le terme de mécanique « quantique » est impropre : la théorie ne contient pas de quanta (c'est-à-dire des quantités discrètes) dans sa formulation. Dans des systèmes tels que l'atome d'hydrogène, les processus décrits par la théorie engendrent du discret à partir de la continuité sous-jacente.

Peut-être plus surprenant encore, l'existence d'atomes, ou de toute particule élémentaire, n'est pas une hypothèse de nos théories. Les physiciens enseignent au quotidien que les briques de la nature sont des particules discrètes telles que l'électron ou le quark. C'est faux. Les éléments fondamentaux de nos théories ne sont pas des particules, mais des champs : des objets continus, semblables à des fluides, qui occupent tout l'espace. Les champs électriques et magnétiques en sont des exemples familiers, mais il existe aussi un champ électronique pour l'électron, un champ pour chaque type de quark, un champ de Higgs, et ainsi de suite. Les objets que nous qualifions de particules élémentaires ne sont pas fondamentaux, ce sont en fait des modes d'oscillation de champs continus.

Un sceptique pourrait rétorquer que des entiers sont bien inscrits dans les lois de la physique. Par exemple, ces lois décrivent trois types de neutrinos, six types de quarks (avec pour chacun trois variétés ou « couleurs »), et ainsi de suite. Des entiers, partout des entiers. Vraiment ? Tous ces exemples

dénombrant en fait les espèces de particules du modèle standard de la physique des particules, des quantités pour lesquelles il est difficile d'obtenir une précision mathématique quand les particules interagissent. En effet, ces dernières se transforment : un neutron peut se scinder en un proton, un électron et un neutrino. Devrions-nous alors considérer que nous avons affaire à une, trois ou quatre particules ? L'affirmation de l'existence de trois sortes de neutrinos, six sortes de quarks, etc., est un artifice dû à la non-prise en compte des interactions des particules.

Un nombre incertain de dimensions ?

Un autre exemple d'entier intervenant dans les lois de la physique est le nombre de dimensions de l'espace. On en observe trois. Mais en sommes-nous certains ? Le mathématicien franco-américain Benoît Mandelbrot a fait remarquer que le nombre de dimensions n'est pas nécessairement un entier. La côte de la Grande-Bretagne, par exemple, a une dimension (dite fractale) d'environ 1,3. De plus, dans de nombreuses propositions de théories unifiées, telles que la théorie des cordes, il y a ambiguïté sur le nombre de dimensions de l'espace : des dimensions spatiales peuvent émerger ou se dissoudre.

Je me hasarde à dire qu'il pourrait n'y avoir qu'un seul entier véritable dans toute la physique. Les lois de la physique ne prennent en compte qu'une seule dimension pour le temps. S'il n'y avait pas précisément une dimension temporelle, il semble que la physique serait incohérente.

Même si nos théories actuelles supposent que la réalité est continue, beaucoup