

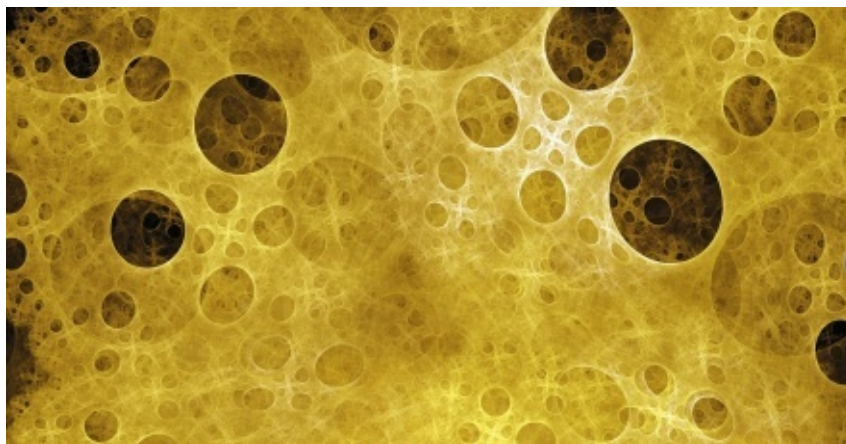
qui est simplement un gros morceau de roche ou de glace.

La mécanique quantique a transformé le débat discret-continu (le terme *quantum* a été introduit pour désigner une quantité minimale bien définie, d'énergie en l'occurrence). Si la définition d'une planète peut être arbitraire, ce n'est pas le cas de la définition d'un atome ou d'une particule élémentaire. Les entiers qui numérotent les éléments chimiques sur le tableau de Mendeleïev (et qui, nous le savons aujourd'hui, correspondent aux nombres de protons des atomes en question) sont objectifs. Quels que soient les développements que la physique nous réserve, je suis prêt à miser gros sur le fait que nous n'observerons jamais d'élément à $\sqrt{500}$ protons, situé entre le titane et le vanadium. Les entiers en physique atomique ont vocation à rester.

Des entiers nés d'une équation continue

Un autre exemple est fourni par la spectroscopie, l'étude de la lumière émise ou absorbée par la matière. Un atome d'un type donné ne peut émettre que de la lumière de longueurs d'onde (ou couleurs) particulières, ce qui constitue une empreinte caractéristique de chaque élément. Contrairement aux empreintes digitales humaines, les spectres atomiques obéissent à des règles mathématiques précises, et ces règles mettent en jeu des entiers. Les premières tentatives pour comprendre la théorie quantique, notamment par le physicien danois Niels Bohr, plaçaient l'aspect discret au cœur de l'édifice.

Mais l'interprétation de Bohr n'a pas eu le dernier mot. En 1925, l'Autrichien Erwin Schrödinger a développé une approche alternative de la théorie quantique, fondée sur la notion d'ondes. L'équation qu'il a formulée pour décrire l'évolution de ces ondes au cours du temps ne contient que des grandeurs continues, et pas d'entiers. Mais quand on résout l'équation de Schrödinger pour un système donné, on assiste à un tour de magie mathématique. Prenons l'atome d'hydrogène : les électrons sont en orbite autour du noyau à des niveaux d'énergie bien particuliers. Cela se traduit par un spectre spécifique de l'atome. L'atome est analogue à un tuyau d'orgue, qui produit une série discrète de notes alors que le mouvement de l'air est continu. Au moins en ce qui concerne l'atome, la leçon est claire : Dieu n'a pas fait les nombres entiers ; il a



2. LE NOMBRE DE DIMENSIONS n'est pas forcément un entier. Ainsi, cette éponge fractale peut être caractérisée par une dimension comprise entre deux et trois.

fait les nombres réels, et le reste est le fait de l'équation de Schrödinger.

En d'autres termes, les entiers ne sont pas des hypothèses de la théorie, comme le pensait Bohr, mais des conséquences. Les entiers sont un exemple de ce que les physiciens appellent une quantité émergente. Dans cette perspective, le terme de mécanique « quantique » est impropre : la théorie ne contient pas de quanta (c'est-à-dire des quantités discrètes) dans sa formulation. Dans des systèmes tels que l'atome d'hydrogène, les processus décrits par la théorie engendrent du discret à partir de la continuité sous-jacente.

Peut-être plus surprenant encore, l'existence d'atomes, ou de toute particule élémentaire, n'est pas une hypothèse de nos théories. Les physiciens enseignent au quotidien que les briques de la nature sont des particules discrètes telles que l'électron ou le quark. C'est faux. Les éléments fondamentaux de nos théories ne sont pas des particules, mais des champs : des objets continus, semblables à des fluides, qui occupent tout l'espace. Les champs électriques et magnétiques en sont des exemples familiers, mais il existe aussi un champ électronique pour l'électron, un champ pour chaque type de quark, un champ de Higgs, et ainsi de suite. Les objets que nous qualifions de particules élémentaires ne sont pas fondamentaux, ce sont en fait des modes d'oscillation de champs continus.

Un sceptique pourrait rétorquer que des entiers sont bien inscrits dans les lois de la physique. Par exemple, ces lois décrivent trois types de neutrinos, six types de quarks (avec pour chacun trois variétés ou « couleurs »), et ainsi de suite. Des entiers, partout des entiers. Vraiment ? Tous ces exemples

dénombrent en fait les espèces de particules du modèle standard de la physique des particules, des quantités pour lesquelles il est difficile d'obtenir une précision mathématique quand les particules interagissent. En effet, ces dernières se transforment : un neutron peut se scinder en un proton, un électron et un neutrino. Devrions-nous alors considérer que nous avons affaire à une, trois ou quatre particules ? L'affirmation de l'existence de trois sortes de neutrinos, six sortes de quarks, etc., est un artifice dû à la non-prise en compte des interactions des particules.

Un nombre incertain de dimensions ?

Un autre exemple d'entier intervenant dans les lois de la physique est le nombre de dimensions de l'espace. On en observe trois. Mais en sommes-nous certains ? Le mathématicien franco-américain Benoît Mandelbrot a fait remarquer que le nombre de dimensions n'est pas nécessairement un entier. La côte de la Grande-Bretagne, par exemple, a une dimension (dite fractale) d'environ 1,3. De plus, dans de nombreuses propositions de théories unifiées, telles que la théorie des cordes, il y a ambiguïté sur le nombre de dimensions de l'espace : des dimensions spatiales peuvent émerger ou se dissoudre.

Je me hasarde à dire qu'il pourrait n'y avoir qu'un seul entier véritable dans toute la physique. Les lois de la physique ne prennent en compte qu'une seule dimension pour le temps. S'il n'y avait pas précisément une dimension temporelle, il semble que la physique serait incohérente.

Même si nos théories actuelles supposent que la réalité est continue, beaucoup

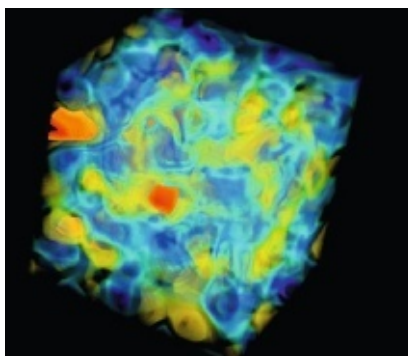
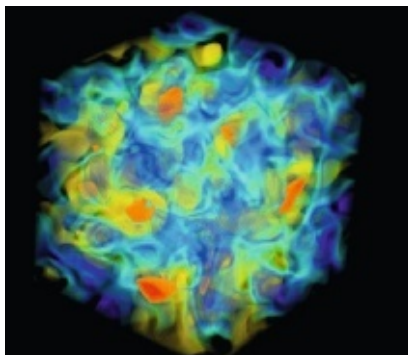
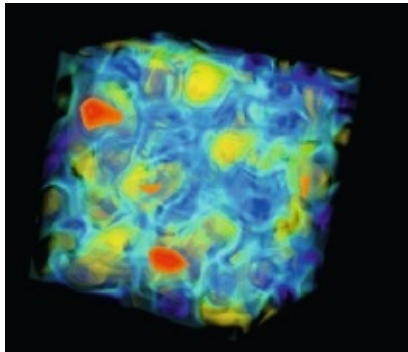
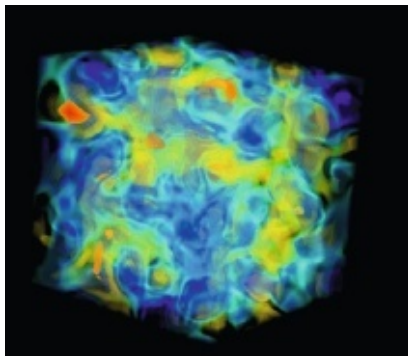
de mes collègues physiciens pensent malgré tout qu'une réalité discrète est sous-jacente. Ils mettent en avant des exemples montrant comment la continuité peut émerger de la quantification. Aux échelles macroscopiques de notre expérience quotidienne, l'eau contenue dans un verre semble lisse et continue. C'est seulement quand on l'examine de beaucoup plus près que l'on discerne les constituants atomiques. Un mécanisme de ce type pourrait-il être à la base de la physique ? Si nous regardions à un niveau plus profond, les champs quantiques, voire l'espace-temps lui-même, révéleraient-ils eux aussi une structure sous-jacente discrète ?

Nous ignorons la réponse à cette question, mais 40 années de tentatives de simulation du modèle standard sur ordinateur livrent un indice. Pour réaliser une telle simulation, il faut tout d'abord prendre les équations, exprimées en termes de grandeurs continues, et en trouver une formulation discrète, compatible avec les bits d'information que les ordinateurs manipulent. Or en dépit de plusieurs décennies d'efforts, personne n'y est encore parvenu. Et cela constitue l'un des problèmes ouverts les plus importants de la physique théorique, bien que ce soit rarement évoqué.

Problématiques fermions

Les physiciens ont développé une version discrétisée de la théorie quantique des champs, la « théorie des champs sur réseau », où l'espace-temps continu est remplacé par un réseau de points. Les ordinateurs évaluent les champs en ces points pour approximer un champ continu. Mais cette technique a des limites. La difficulté vient des électrons, des quarks et des autres particules de matière, les fermions (contrairement aux autres particules – les bosons –, si l'on fait tourner un fermion de 360 degrés, on ne retrouve pas l'objet de départ ; pour cela, il faut le faire tourner de 720 degrés). Les fermions (ou plutôt leurs champs) résistent à la mise sur réseau. Dans les années 1980, le Danois Holger Bech Nielsen et le Japonais Masao Ninomiya ont prouvé un théorème selon lequel il est impossible de discrétiser le type le plus simple de fermion.

Cependant, la validité de tels théorèmes n'est pas supérieure à celle de leurs hypothèses. Dans les années 1990, des théoriciens, en particulier David Kaplan, maintenant à l'Université de Washington, et Herbert



3. CETTE VISUALISATION d'une grandeur nommée charge topologique à quatre instants différents provient d'une simulation numérique sur réseau (un ensemble constitué d'un nombre fini de points) de la chromodynamique quantique – la théorie décrivant les quarks, les gluons et l'interaction forte à laquelle ces particules sont soumises. Une telle simulation sur réseau ne semble pas réalisable pour certains types de particules intervenant dans le modèle standard, qui décrit aussi l'interaction électromagnétique et l'interaction faible.

Neuberger de l'Université Rutgers, ont introduit diverses méthodes astucieuses pour mettre des fermions sur réseau. Les théories quantiques des champs se présentent sous de nombreuses formes, chacune avec différents types possibles de fermions, et l'on parvient maintenant à les formuler presque toutes sur réseau. Il ne reste qu'une classe de théories des champs que l'on ne sache toujours pas mettre sur réseau. Et malheureusement, le modèle standard en fait partie : nous savons manipuler toutes sortes de fermions hypothétiques, mais pas ceux qui existent en réalité.

Les fermions du modèle standard ont une propriété très particulière. Ceux qui tournent sur eux-mêmes dans le sens contraire des aiguilles d'une montre sont sensibles à l'interaction faible, mais pas ceux qui tournent dans le sens des aiguilles d'une montre. La théorie est dite chirale. Or une théorie chirale est délicate : des effets subtils, qualifiés d'anomalies, menacent en permanence de la rendre incohérente. Ces théories ont jusqu'à présent résisté à toutes les tentatives de simulation sur ordinateur.

Mais la chiralité n'est pas un défaut du modèle standard susceptible de disparaître dans une théorie plus profonde ; elle en est une caractéristique centrale. À première vue, le modèle standard, fondé sur trois forces liées les unes aux autres, apparaît comme une construction arbitraire. C'est seulement lorsqu'on réfléchit aux fermions chiraux que sa véritable beauté émerge. C'est un puzzle parfait, dont les trois composantes sont emboîtées de la seule manière possible. Dans le modèle standard, c'est la nature chirale de ses fermions qui permet à tous les éléments de bien s'imbriquer.

Les scientifiques ne savent pas très bien que conclure de notre incapacité à simuler complètement le modèle standard sur ordinateur. Il est difficile de tirer des conclusions solides d'une inaptitude à résoudre un problème ; il est possible que ce soit juste un problème très ardu qui finira par être résolu par des techniques classiques. Mais certains aspects du problème laissent penser qu'il est plus profond que cela. Les obstacles en cause sont intimement liés à des propriétés topologiques et géométriques. La difficulté de modéliser sur réseau des fermions chiraux indique peut-être quelque chose de plus important : que les lois de la physique ne sont pas, fondamentalement, discrètes. Nous n'habitons pas une simulation numérique. ■