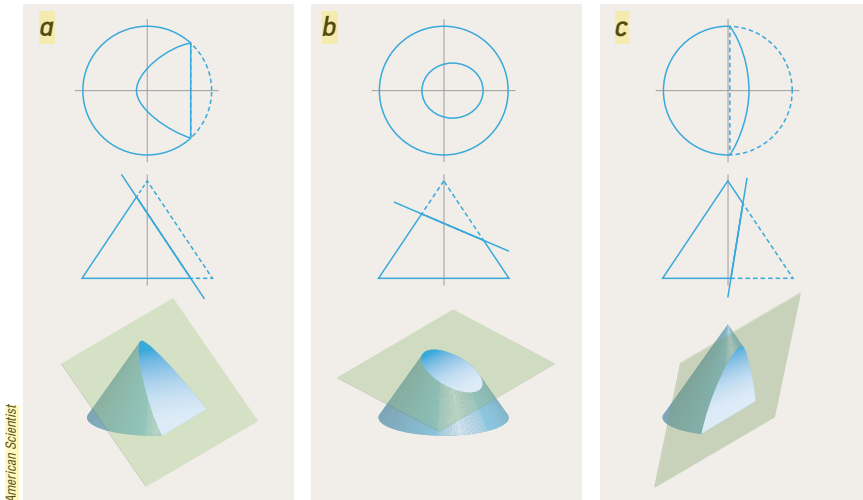




American Scientist

avait fait un voyage pénible jusqu'aux marais de Zeeland au Sud-Ouest des Pays-Bas, espérant observer une baleine qui s'était échouée. Hélas, non seulement la baleine avait été emportée par la mer, mais l'endroit n'était pas sain, et Dürer y avait contracté une maladie chronique qui l'emporta après huit années douloureuses – trois ans après la publication de ses *Instructions pour la mesure*.

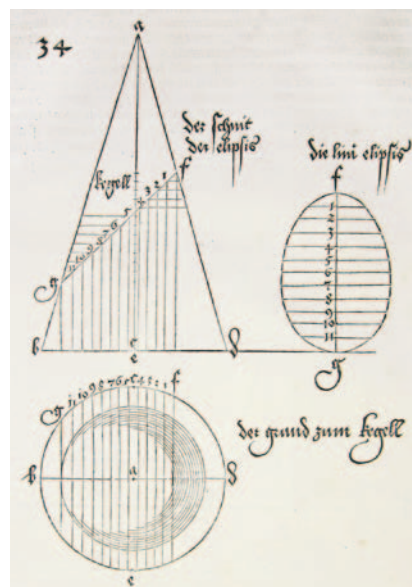
L'art de couper un cône

Parmi les nombreuses questions géométriques traitées par Dürer dans son manuel, la représentation qu'il propose des sections coniques est intéressante à plus d'un titre. D'une part, les techniques qu'il a mises au point pour les dessiner préfigurent la géométrie descriptive développée à l'aube du XIX^e siècle par le mathématicien français Gaspard Monge (1746-1818) – une technique de représentation de l'espace dans le plan au moyen de projections. D'autre part, les courbes obtenues par Dürer ont nourri les réflexions de ses contemporains en astronomie.

« Les Anciens ont montré que l'on peut couper un cône de trois façons et obtenir ainsi trois sections différentes, qui ne sont pas circulaires comme la base du cône » écrit Dürer vers la fin du Livre I, en ajoutant qu'il souhaite enseigner comment les tracer.

On attribue à Ménechme la découverte des coniques au IV^e siècle avant notre ère. Il

2. UN PLAN COUPANT UN CÔNE engendre diverses courbes, nommées sections coniques (ou coniques). Des vues de dessus et de côté du cône montrent comment la modification de l'angle du plan sécant avec une génératrice engendre une parabole (a), une ellipse (b) ou une hyperbole (c). Le manuel d'*Instructions* de Dürer avait pour objectif de montrer aux artistes comment dessiner ces formes.



3. POUR CONSTRUIRE UNE ELLIPSE, Dürer utilisait une méthode dite de projections parallèles : un cône droit coupé par un plan oblique est observé de côté et de dessus (à gauche). Il est aussi coupé par 11 plans horizontaux dont les projections sur les deux vues donnent la position de 22 points de l'ellipse par rapport à son axe de symétrie (à droite). Malgré un raisonnement correct, l'ellipse de Dürer est ovoïde.

les aurait trouvées alors qu'il essayait de résoudre le célèbre problème de la « duplication du cube ». Selon la légende, un oracle aurait assuré aux citoyens terrifiés de l'île de Délos, en Grèce, que l'épidémie de peste cesserait s'ils doublaient la taille de l'autel cubique d'Apollon. Si la légende est douteuse, le problème, qui revenait à construire, à la règle et au compas, un cube dont l'arête a pour longueur la racine cubique de 2 (le cube initial ayant pour arête l'unité), était bien connu à l'époque de Ménechme.

Bien plus tard, en 1837, le mathématicien français Pierre Wantzel montrera que la duplication du cube à la règle et au compas est impossible. Ménechme, cependant, a apporté une solution en changeant les règles du jeu. En coupant respectivement un cône rectangle (dont l'angle au sommet est droit) et un cône obtus (plus ouvert) avec un plan perpendiculaire à l'une de leurs génératrices (les droites qui, partant du sommet, constituent le cône), il a produit deux courbes, plus tard nommées parabole et hyperbole. Et par l'intersection d'une parabole et d'une hyperbole particulières, il a formé un segment de droite ayant pour longueur la racine cubique de 2.

Il a aussi construit une troisième courbe, l'ellipse, en coupant cette fois un cône plus pointu par un plan perpendiculaire à une génératrice. Un siècle plus tard, Apollonius de Perge nomma ces trois courbes *parabolê*, *ellipsis* et *hyperbolê* (respectivement application simple, manque et excès en grec). Apollonius a généralisé de façon élégante la théorie des coniques. Au lieu d'utiliser trois types de cônes, comme Ménechme, il n'en a considéré qu'un seul, et c'est en le coupant par un plan selon différents angles qu'il a produit les trois coniques.

Pour dessiner les coniques, Dürer introduit une méthode féconde dite de projection parallèle. Cette technique était familière à tous les architectes et charpentiers, mais n'avait jamais été appliquée auparavant pour la résolution d'un problème purement mathématique, explique l'historien de l'art Erwin Panofsky en 1943 dans *La vie et l'œuvre d'Albrecht Dürer*. La méthode de Dürer est simple : il considère un cône coupé vu de dessus et vu de côté, puis en

déduit la projection verticale du plan de section du cône – c'est-à-dire la conique. Son astuce consiste à combiner les deux vues et à reporter à l'aide d'un compas, sur le plan de coupe, les distances mesurées sur les deux vues (voir les figures 3 à 5).

L'erreur de Dürer

La méthode de Dürer est correcte, mais, concernant l'ellipse, le maître dessinateur a commis une erreur en transférant les mesures. Il croyait à tort que l'ellipse était plus large à la base du cône qu'en son sommet et cette interprétation erronée a influencé sa main. Dürer nomme d'ailleurs cette courbe « ligne en œuf », car elle « ressemble à un œuf bien fait ». On repère ainsi plusieurs ellipses ovoïdes dans ses œuvres, tel l'ovale de la cloche de *Melancolia I* (voir la figure 1). Dürer ne connaissait pas de terme allemand équivalent au mot grec *ellipsis*. L'appellation qu'il a imaginée attira l'attention sur son erreur, mais la courbe en œuf persista dans les travaux allemands pendant presque un siècle.

À l'aube du XVII^e siècle, notamment, l'astronome allemand Johannes Kepler a lu la description de l'ellipse faite par Dürer, comme le révèle sa lettre à l'astronome David Fabricius datée du 11 octobre 1606 : « Donc, Fabricius, j'ai déjà ceci : que la trajectoire la plus vraie de cette planète [Mars] est une ellipse, que Dürer appelle aussi un ovale, ou certainement si proche d'une ellipse que la différence est insensible. » En 1600 en effet, Kepler s'était lancé dans la compréhension d'un grand mystère de l'astronomie : la trajectoire de Mars. Défenseur du système héliocentrique de Copernic, il avait d'abord pensé que l'orbite de Mars autour du Soleil était une sorte d'ovale, dont il avait essayé de préciser la forme grâce aux observations des positions de la planète.

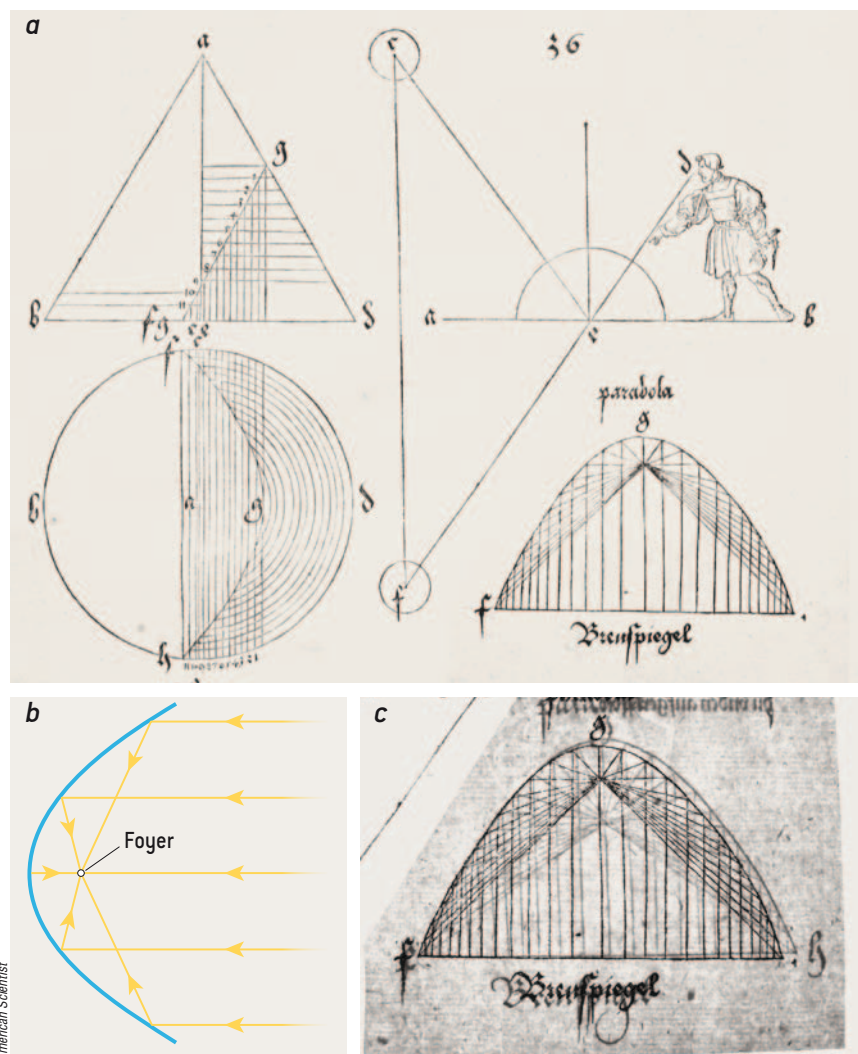
Il n'était pas le premier à croire que l'orbite d'une planète pouvait avoir la forme d'un œuf. Georg von Peurbach (1423-1461), un professeur de Regiomontanus, évoquait déjà cette idée dans son ouvrage *Theoricae novae planetarum*. Publié à Nuremberg en 1473 et réimprimé 56 fois, le traité de Peurbach a influencé tant Copernic que Kepler. L'édition

de 1553, par Erasmus Reinhold, un élève de Copernic, incluait un commentaire sur l'orbite de Mercure qui a pu inciter Kepler à se pencher sur le manuel de Dürer (qu'il connaissait déjà pour sa méthode de représentation des ombres en perspective) : « L'orbite de Mercure a la forme d'un œuf, l'extrémité large se trouvant vers son apogée et la pointe vers son périhélie. »

En 1604, Kepler fut le premier à distinguer l'ovale de l'ellipse : de nouvelles mesures de la position de Mars l'avaient convaincu

que son orbite est bien une ellipse, telle que définie par les Anciens grecs, et non un ovoïde. Sa découverte n'empêcha pas, cependant, la représentation d'ellipses en œuf jusqu'au milieu du XVII^e siècle.

Dürer utilise aussi sa méthode – sans erreur cette fois – pour construire une parabole et une hyperbole, qu'il nomme ligne d'incandescence et ligne en fourche. Dans ce qui peut ressembler à une opération commerciale visant à promouvoir la parabole, sans doute peu connue de ses lecteurs,



4. LA MÉTHODE DE PROJECTION PARALLÈLE DE DÜRER appliquée à la parabole (a). S'inspirant de l'optique grecque, Dürer expliqua qu'un miroir en forme de paraboloïde de révolution pouvait être utilisé comme miroir ardent : tous les rayons parallèles à l'axe seraient réfléchis vers un point, le foyer de la parabole (b). Mais il positionna mal le foyer et dut publier une correction qu'il colla dans chaque copie de son manuel (c).