



Les dés admissibles

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀	A ₁₁	A ₁₂
A ₁												
A ₂	1/2	1/2	1/2	1/3	2/5	2/3	1/2	3/5	1/2	2/5	3/5	1/2
A ₃	1/2	1/2	1/2	7/17	3/7	10/17	1/2	4/7	1/2	10/23	13/23	1/2
A ₄	1/2	1/2	1/2	9/19	8/17	10/19	1/2	9/17	1/2	10/21	11/21	1/2
A ₅	2/3	10/17	10/19	1/2	4/9	4/7	5/9	12/23	1/2	8/19	1/2	10/21
A ₆	3/5	4/7	9/17	5/9	1/2	12/23	13/24	9/19	1/2	8/17	5/11	11/23
A ₇	1/3	7/17	9/19	3/7	11/23	1/2	4/9	5/9	1/2	1/2	11/19	11/21
A ₈	1/2	1/2	1/2	4/9	11/24	5/9	1/2	13/24	1/2	5/11	6/11	1/2
A ₉	2/5	3/7	8/17	11/23	10/19	4/9	11/24	1/2	1/2	6/11	9/17	12/23
A ₁₀	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
A ₁₁	3/5	13/23	11/21	11/19	9/17	1/2	6/11	5/11	1/2	1/2	3/7	9/19
A ₁₂	2/5	10/23	10/21	1/2	6/11	8/19	5/11	8/17	1/2	4/7	1/2	10/19
A ₁₃	1/2	1/2	1/2	11/21	12/23	10/21	1/2	11/23	1/2	10/19	9/19	1/2

Il n'existe pas de dé équilibrable à cinq faces, mais en prenant un dé équilibrable à dix faces (construit par exemple à partir de deux pyramides à base pentagonale collées l'une à l'autre) et en répétant chaque face deux fois, on dispose d'un équivalent physique de dé équilibrable à cinq faces.

Il existe 12 dés admissibles à cinq faces. Par définition, la somme des faces d'un dé admissible donne

la même somme que le dé standard à cinq faces $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$, et chaque face n'utilise que les entiers de 1 à 5. Il existe 32 dés admissibles à six faces, 94 pour sept faces, 289 pour huit faces.

Les 12 dés admissibles à cinq faces, représentés par des étoiles dans le tableau ci-dessus, sont :

$A_1 = [3, 3, 3, 3, 3]$; $A_2 = [4, 3, 3, 3, 2]$; $A_3 = [4, 4, 3, 2, 2]$; $A_4 = [4, 4, 3, 3, 1]$; $A_5 = [4, 4, 4, 2, 1]$; $A_6 = [5, 3, 3, 2, 2]$;

$A_7 = [5, 3, 3, 3, 1]$; $A_8 = [5, 4, 2, 2, 2]$; $A_9 = [5, 4, 3, 2, 1]$; $A_{10} = [5, 4, 4, 1, 1]$; $A_{11} = [5, 5, 2, 2, 1]$; $A_{12} = [5, 5, 3, 1, 1]$.

Le tableau indique, à l'intersection de la ligne i et de la colonne j , la probabilité que le dé A_i gagne contre le dé A_j . On remarque plusieurs choses intéressantes : a) le dé standard (le dé A_9) fait jeu égal avec tous les autres dés admissibles ; b) chaque dé admissible est battu par un autre ; c) il existe de

nombreuses chaînes intransitives, par exemple $A_1 > A_8 > A_5 > A_1$ ou $A_{10} > A_4 > A_1 > A_8 > A_{10}$.

L'étude générale des familles de dés admissibles à n faces effectuée par Mark Finkelstein et Edward Thorpe en 2006 montre que les propriétés (a), (b) et (c) sont générales pour tout $n > 3$, et donc en particulier qu'il existe des chaînes intransitives de dés à n faces pour tout entier n .