

tème d'équations des distances. Comme on l'a déjà indiqué, la non-convergence de l'algorithme ne prouve pas qu'il n'existe pas de solution. En pratique, les risques de passer à côté d'un empilement valide sont très faibles ; selon la conception que l'on se fait de la rigueur, on estimera la question préoccupante ou non.

Des questions liées à des travaux de physique

Si l'équipe de Harvard comme celle de Yale se sont livrées à cet exercice, c'est par intérêt pour les agrégats de sphères matérielles plutôt que pour les sphères mathématiques. Le groupe de Yale se penche sur les mystères de la cristallisation. Dans leur masse, les matériaux tendent à privilégier les configurations qui maximisent la densité, comme l'empilement de Kepler. Mais la croissance des cristaux a pour point de départ des agrégats de quelques atomes seulement, pour lesquels les configurations qui minimisent l'énergie ne sont pas les mêmes.

N. Arkus s'intéresse à l'auto-assemblage dans les nanostructures, qu'elles soient naturelles (comme les capsides des virus) ou artificielles. Guangnam Meng de Harvard, en collaboration avec N. Arkus, M. Brenner et V. Manoharan, a développé un système expérimental qui offre un autre moyen d'explorer les petits amas de sphères collantes. Les sphères sont des billes de polystyrène d'un micromètre de diamètre, en suspension dans de l'eau et en présence d'une population plus importante de nanoparticules de plastique. Quand deux sphères se rapprochent, la présence des nanoparticules crée une attraction effective de courte portée entre les sphères, ce qui fait du système un bon modèle de sphères collantes.

Dans les expériences de G. Meng, on étalait les microsphères sur des plaques de verre comportant des milliers de micropuits cylindriques, où se formaient des grappes d'environ dix sphères par puits. Les puits étaient examinés au microscope pour évaluer les abondances relatives des différentes configurations. Si l'énergie potentielle était le seul critère, les grappes ayant davantage de contacts seraient plus nombreuses, mais l'entropie entre également en ligne de compte : les structures qui peuvent se former de nombreuses façons différentes sont plus probables. Pour l'essentiel, les résultats étaient à peu près en accord avec les attentes théoriques. L'entropie

n	$\frac{n(n-1)}{2}$	$3n-6$	C_n	Multiplicité
1	0		0	1
2	1		1	1
3	3	3	3	1
4	6	6	6	1
5	10	9	9	1
6	15	12	12	2
7	21	15	15	5
8	28	18	18	13
9	36	21	21	52
10	45	24	24	259
			25	3
			27	1 620
11	55	27	28	20
			29	1

10. CE TABLEAU RÉSUME ce que l'on sait à ce jour des grappes de n sphères collantes qui maximisent le nombre C_n de contacts. Jusqu'à $n = 4$, $\max\{C_n\}$ est égal à $n(n-1)/2$, le nombre de contacts formés quand chaque sphère touche chacune des autres sphères. De $n = 5$ à $n = 9$, $\max\{C_n\}$ est égal à $3n-6$, le minimum pour avoir la stabilité mécanique. La « multiplicité » désigne le nombre de grappes différentes ayant la même valeur de C_n .

■ SUR LE WEB

Pour des figures de cet article en version animée, voir : www.americanscientist.org/issues/pub/2012/6/the-science-of-sticky-spheres/1

■ BIBLIOGRAPHIE

R. S. Hoy *et al.*, Structure of finite sphere packings via exact enumeration : Implications for colloidal crystal nucleation, *Physical Review E*, vol. 85, 051403, 2012.

N. Arkus *et al.*, Deriving finite sphere packings, *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, vol. 25(4), pp. 1860-1901, 2011.

R. S. Hoy et C. S. O'Hern, Minimal energy packings and collapse of sticky tangent hard-sphere polymers, *Physical Review Letters*, vol. 105, 068001, 2010.

N. Arkus *et al.*, Minimal energy clusters of hard sphere with short range attractions, *Physical Review Letters*, vol. 103, 118303, 2009.

N. J. A. Sloane *et al.*, Minimal-energy clusters of hard spheres, *Discrete and Computational Geometry*, vol. 14, pp. 237-259, 1995.

favorisait les grappes de symétrie inférieure, et augmentait aussi la proportion de structures non rigides. Mais parce que les contacts supplémentaires abaissent l'énergie potentielle, les structures ayant plus de $3n-6$ contacts étaient également surreprésentées.

En dehors de ces applications physiques des sphères collantes, le dénombrement des contacts évoque un problème ouvert de mathématiques pures, posé en 1964 par le mathématicien d'origine hongroise Paul Erdős : étant donnés n points dans un espace de dimension d , combien de paires de points peuvent être séparées par la même distance ? On peut toujours s'arranger pour que cette distance soit égale à 1, et c'est pourquoi on parle parfois du problème de la distance-unité.

En trois dimensions, le problème du maximum de contacts pour des sphères est équivalent au problème de la distance-unité d'Erdős, avec la contrainte supplémentaire qu'aucune distance ne soit inférieure à 1. Ainsi, les résultats récents sur les sphères collantes résolvent cette version restreinte du problème pour tout $n \leq 11$.

Qu'y a-t-il au-delà de $n = 11$? D'après N. Arkus, le principal obstacle est le problème combinatoire consistant à engendrer toutes les matrices d'adjacence qui conviennent. Ces dernières sont si rares que le processus devient extrêmement inefficace. N. Arkus suggère une approche alternative, mais qui n'a pas encore abouti. Jusqu'à $n = 10$, elle a montré que toute grappe à $3n-6$ contacts peut être convertie en n'importe quelle autre grappe à $3n-6$ contacts par une chaîne de transformations simples, où une seule liaison est cassée et une autre formée. Elle fait l'hypothèse que cette propriété est vérifiée pour tout n . Si c'est le cas, le problème du maximum de contacts pourrait être résolu en produisant n'importe quelle structure à $3n-6$ contacts, puis en parcourant systématiquement l'arbre de toutes les transformations constituées d'un simple échange de liaisons.

Quand n atteindra une valeur suffisamment grande, la diversité de ces curieuses structures géométriques commencera nécessairement à diminuer, puisqu'en grossissant, les grappes ressemblent de plus en plus à des morceaux d'empilements de Kepler. Mais nous n'en sommes pas encore là, et il pourrait y avoir encore bien des curiosités à découvrir. ■

HISTOIRE DES SCIENCES

Guerre des fossiles en Patagonie

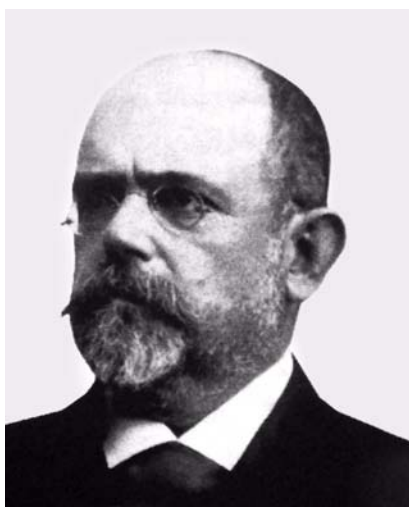
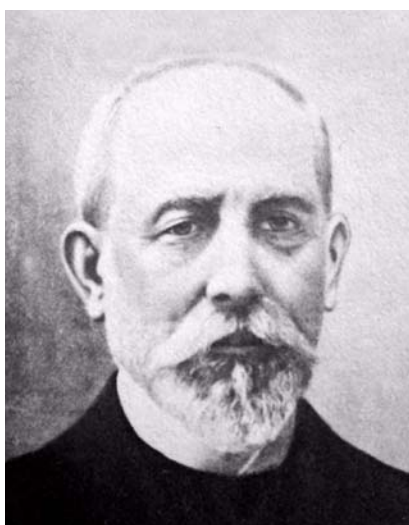
Dans les années 1890, une rivalité scientifique sans merci a été à l'origine des plus grandes collections paléontologiques de l'Argentine.

Eric Buffetaut

Un des épisodes les plus connus de l'histoire de la paléontologie est la féroce « guerre des os » qui opposa, à la fin du XIX^e siècle, les paléontologues américains Edward Cope et Othniel Marsh. Souhaitant chacun être le premier à décrire les extraordinaires fossiles de dinosaures et de mammifères disparus que livrait l'Ouest américain, ils y engloutirent leurs fortunes personnelles. On sait moins que vers la même époque, une concurrence tout aussi acharnée opposa deux chercheurs argentins, lancés à la recherche des richesses paléontologiques de la Patagonie. Cette querelle a eu pour résultat de magnifiques collections de mammifères et d'oiseaux fossiles.

Les deux rivaux sud-américains se nomment Florentino Ameghino (1854-1911) et Francisco Moreno (1852-1919). Né peu après l'arrivée en Argentine de ses parents, émigrés italiens, Ameghino est autodidacte. Cela ne l'a pas empêché de se faire un nom dans la communauté paléontologique internationale, notamment lors d'un séjour à Paris de 1878 à 1881, d'où il a ramené une épouse, Léontine, et de précieux contacts. Doué d'une capacité de travail impressionnante, il fait progresser la connaissance des vertébrés fossiles argentins à un rythme étonnant.

Moreno, lui, est avant tout un explorateur. Dans les années 1870, il a effectué plusieurs voyages en Patagonie, alors que la région est encore mal connue et que les Indiens, qui apprécient peu les campagnes génocidaires de l'armée argentine, ne sont pas toujours accueillants. Son prestige s'est encore accru lorsqu'il a fourni une documen-



1. LES DEUX PROTAGONISTES de la guerre des fossiles qui débute à la création du Museo de La Plata, en Argentine, à la fin du XIX^e siècle : Florentino Ameghino (en haut) et Francisco Moreno (en bas).

tation géographique détaillée à l'appui des demandes de l'Argentine lors de l'arbitrage au sujet de la frontière contestée avec le Chili en Patagonie.

Dans les années 1880, les deux hommes sont réunis par un grand projet commun : le Museo de La Plata. En 1880, Buenos Aires est devenue la capitale fédérale de l'Argentine, formant un district séparé. Une ville est alors créée, La Plata, pour être la capitale de la vaste province de Buenos Aires. De nombreux édifices de prestige sortent de terre, dont un grand musée d'histoire naturelle et d'ethnographie. Moreno est l'instigateur de ce projet, qui vise à doter l'Argentine d'une institution scientifique comparable aux musées européens et nord-américains. Inauguré en 1887, le bâtiment, avec ses immenses galeries, ses superbes rotondes, ses bibliothèques et ses laboratoires, n'a rien à leur envier.

Les collections sont constituées des nombreux objets que Moreno a récoltés lors de ses explorations. Directeur, il a pour objectif de les accroître et d'en assurer l'étude scientifique. C'est ici qu'intervient Ameghino. Bien que renommé, le paléontologue n'a pas de poste officiel. Moreno lui en offre un, et non des moindres : il devient en 1886 sous-directeur du Museo de La Plata. En contrepartie, il cède au musée sa collection de fossiles, forte de quelque 40 000 spécimens. Un des frères de Florentino Ameghino, Carlos, est aussi embauché, en tant que naturaliste-voyageur. Carlos, l'homme de terrain de la famille, commence alors une longue série d'expéditions paléontologiques en Patagonie.

À cette époque, on sait déjà que les vastes contrées semi-désertiques du Sud

de l'Argentine sont riches en restes de vertébrés fossiles. Charles Darwin a été parmi les premiers à en récolter, en 1833, lors de son voyage à bord du *Beagle*. Et au cours d'un de ses périple, Moreno a trouvé en 1877, dans la région du Rio Santa Cruz à l'extrême Sud, des ossements de mammifères fossiles.

Mais ce que Carlos Ameghino découvre dépasse toutes les espérances. Les roches sédimentaires de la Patagonie révèlent une succession d'espèces inconnues. On ne le comprend pas encore, mais ces animaux, mammifères ou oiseaux géants, sont le résultat d'une évolution endémique, lorsque l'Amérique du Sud s'est trouvée isolée du reste du monde pendant des dizaines de millions d'années, au cours du Tertiaire. Ameghino et Moreno s'en félicitent : ces découvertes vont vite conforter le statut international du Museo de La Plata en suscitant l'intérêt des paléontologues du monde entier.

Toutefois, l'entente entre les deux hommes ne dure pas. Des tensions appa-

raissent entre ces deux fortes personnalités. Ameghino reproche à Moreno de ne pas publier assez vite ses travaux paléontologiques (Moreno publie les résultats d'Ameghino exclusivement dans des revues éditées par le Museo, pour augmenter la réputation du musée) et le taxe de mégalomanie. Il pose sa démission début 1888. Moreno réplique en le destituant et en lui interdisant l'accès aux collections paléontologiques, pourtant en grande partie l'œuvre des frères Ameghino. Carlos quitte aussi le musée. Dès lors, c'est la guerre.

Florentino Ameghino ne renonce pas à la recherche paléontologique, mais il ne dispose plus de ressources institutionnelles. Qu'importe, il s'autofinance. Pendant plus d'une décennie, il parvient non seulement à subsister, mais à couvrir les frais de son frère Carlos lors de nombreuses expéditions en Patagonie, souvent sur des mois entiers. Pour cela, il ouvre à La Plata une librairie-papeterie, qui s'ajoute à une autre tenue

à Buenos Aires par son autre frère, Juan. De rares subventions complètent un peu le budget, et la vente de spécimens paléontologiques à des institutions européennes (surtout en Angleterre et en Allemagne) lui rapporte des sommes plus importantes.

Cache-cache en terres hostiles

Dans ces conditions précaires, le dévoué Carlos se rend 14 fois en Patagonie et en rapporte des collections de fossiles extraordinaires, malgré les énormes difficultés rencontrées dans ces régions hostiles. Si les Indiens ne représentent plus guère de danger, le climat est rude, avec de fréquentes tempêtes de neige. Les contrées visitées sont désertes, et il faut emporter tout l'équipement et les vivres nécessaires, y compris l'eau parfois. Se procurer des chevaux est souvent difficile. Carlos passe ainsi des mois à arpenter les étendues désolées

