

★ MUSÉE DU **QUAI BRANLY**
là où dialoguent les cultures



L'ETHNOLOGIE VA VOUS SURPRENDRE !

Deux jours pour explorer le XXI^e siècle

Conférences | Débats | Projections
Concerts | Visites spéciales...

Week-end
gratuit

www.quaibranly.fr

29 et 30 juin 2013

#WEEKENDETHNO

paris
ile-de-france
3

inRockuptibles

Libération

SCIENCES
AVENIR

cnrs
le journal

france
inter

Le chaos des TRI▲NGLES DE

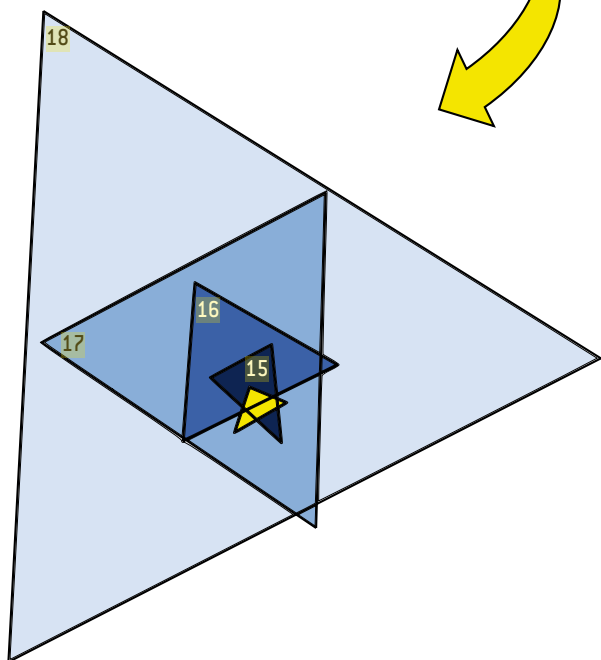
Grégoire Nicollier



1. APRÈS 14 OPÉRATIONS DE RÉFLEXION SUCCESSIVES,
le petit triangle rouge numéroté 0 est devenu acutangle,
c'est-à-dire que ses trois angles sont aigus (*triangle jaune*).
À partir de ce stade, on sait qu'il se dirige vers une forme
limite équilatérale. Les transformations ultérieures
ont été représentées ici à l'échelle 1 : 25.

RÉFLEXION

Dessinez un triangle, puis construisez-en un nouveau en prenant, pour chaque sommet, le point symétrique par rapport au côté opposé. Répétez l'opération sur le triangle obtenu, et ainsi de suite. Cette procédure simple cache un riche système dynamique, qui présente des suites convergentes, périodiques ou chaotiques.



L'ESSENTIEL

- Étant donné un triangle, le « triangle de réflexion » est obtenu en effectuant sur chacun des sommets initiaux une symétrie de réflexion par rapport au côté qui lui fait face.
- L'itération de cette transformation forme une suite de triangles qui peut se comporter de diverses façons, selon le triangle initial.
- En ne considérant que la forme des triangles, on peut caractériser la dynamique du système et classer les triangles en fonction du caractère convergent, périodique ou chaotique des suites engendrées.

Toutes les illustrations sont de l'auteur

Le triangle, défini par trois points, ses sommets, est l'un des objets géométriques les plus élémentaires, et pourtant les mathématiciens n'ont pas fini d'explorer son univers. La géométrie classique a construit une multitude d'objets à partir d'un tel trio de points et en a découvert de nombreuses propriétés. Il suffit de penser aux trois médiatrices du triangle, qui se coupent en un même point, comme c'est par ailleurs le cas de ses bissectrices, de ses hauteurs et de ses médianes – des propriétés bien connues, mais remarquables et fort utiles pour résoudre de nombreuses questions de nature géométrique.

D'autres propriétés géométriques intéressantes ont été obtenues en construisant, à partir d'un triangle donné et selon une certaine procédure, un autre triangle. On peut répéter cette opération, et étudier la suite des résultats successifs. C'est ce que j'ai effectué récemment sur les triangles construits l'un à partir de l'autre par une opération de réflexion. Comme je le détaillerai ici, les suites de tels triangles forment un système dynamique dont le comportement est riche ; en particulier, il présente une évolution chaotique dans de nombreux cas.

Un triangle peut donner naissance à un nouveau triangle de bien des façons. Par exemple, on peut choisir comme sommets du nouveau triangle les milieux des côtés de l'ancien (voir la figure 2). Ou alors les pieds des bissectrices – les points où la bissectrice d'un angle coupe le côté opposé. Ou encore les pieds des hauteurs – les points où la perpendiculaire issue d'un sommet coupe le côté opposé ou son prolongement.

De telles constructions sont des transformations qui, à chaque triangle, font correspondre un nouveau triangle. On peut appliquer la même transformation à ce dernier, puis soumettre à son tour le triangle ainsi obtenu à cette opération, et ainsi de suite, en principe indéfiniment : on dit que l'on itère la transformation. Avec une telle itération, on pénètre dans un domaine actuel des mathématiques. Les fonctions itérées sont en effet un sujet central de la théorie des systèmes dynamiques, à laquelle on a parfois donné le nom réducteur de « théorie du chaos ».

Par ses implications philosophiques, cette théorie a acquis une notoriété hors du milieu des mathématiciens : elle montre que le déterminisme de la transformation cohabite parfois avec l'imprévisibilité de l'évolution à long terme. Autrement dit,