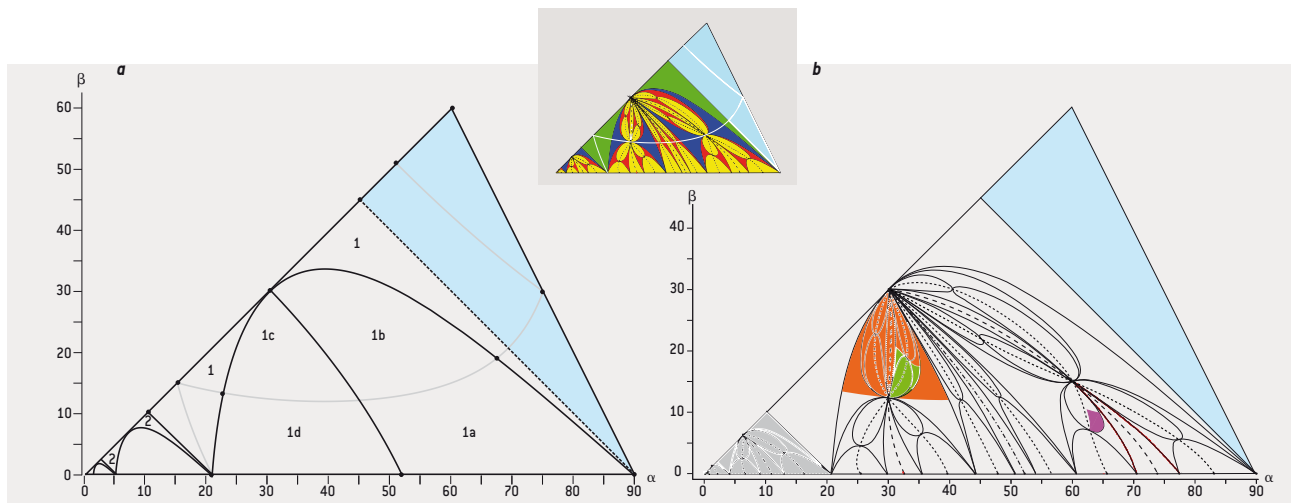




6. LES DIFFÉRENTES RÉGIONS DE LA CARTE des triangles peuvent être étiquetées par une adresse formée de chiffres et des lettres a , b , c , d , en exploitant la structure fractale de la carte. On associe le chiffre 1 à l'«arche» verte et ce qu'elle coiffe, le chiffre 2 à l'arche

bleue et ce qu'elle coiffe, etc. [a]. Sous l'arche 1, on subdivise en 1a, 1b, 1c, 1d, et ainsi de suite. Par exemple, les régions indiquées en couleurs [b] se voient attribuer les adresses 1c1 [région orange, intérieur compris], 1c1a1 [région vert clair], 1a1c1a1 [région magenta].

tel le triangle heptagonal, qui ne sont ni bons ni damnés. Leur vie prend tôt ou tard un cours cyclique en parcourant en boucle une suite figée de points ; ou alors, leur vie papillonne sans cesse dans ce labyrinthe magnifique, évitant les bons et les damnés.

Appelons «mauvais» tous les points qui ne sont ni bons ni damnés et qui restent ainsi jaunes : ils demeurent à jamais au purgatoire. En étudiant attentivement ce microcosme de triangles régi par la transformation de réflexion, on peut prouver les propriétés suivantes.

Aussi près que l'on veut de chaque point mauvais ou damné se trouvent une infinité de points damnés, une infinité de points mauvais au futur périodique, et une infinité de points mauvais au futur errant (rappelons que deux points proches représentent deux triangles ayant presque les mêmes angles). On peut même trouver un triangle mauvais qui, au cours de sa vie, se rapproche une infinité de fois aussi près que l'on veut de n'importe quel point mauvais ou damné. Et le nombre de ces points «supermauvais» est infini !

Il s'avère possible et commode de décrire ce système dynamique en attribuant à chaque zone de la carte une adresse, formée de symboles (chiffres et lettres) et construite de façon systématique en s'appuyant sur la structure fractale, répétitive, de la carte. Dans cette dynamique symbolique, on attribue l'adresse 1 à la portion de la carte coiffée par l'arche vert foncé, cette arche comprise (voir la carte de l'encadré page 68 et la figure 6). En continuant vers la gauche et le bas de la carte

des triangles achevée, on attribuerait de même l'adresse 2 à la portion coiffée par l'arche bleu foncé, l'adresse 3 pour l'arche rouge et son intérieur, etc. Les zones Sud-Est, Nord-Est, Nord-Ouest et Sud-Ouest que l'on distingue sous l'arche verte de la carte reçoivent les adresses 1a, 1b, 1c et 1d respectivement. L'arche principale bleu foncé de 1c et son intérieur ovoïde ont l'adresse 1c1 (en orange sur la figure 6), l'arche principale du quart inférieur droit de cet œuf, avec son intérieur, est 1c1a1 (en vert clair sur la figure 6).

Une adresse pour chaque triangle

Ainsi, de façon systématique, en procédant par zooms successifs, on attribue des adresses de plus en plus longues à des portions coiffées par des arches de plus en plus petites ou étroites. La portion magenta de la figure 6 a par exemple l'adresse 1a1c1a1. Un point mauvais, qui reste jaune dans la carte achevée, est cerné par les arches de plus en plus petites ou étroites sous lesquelles il se trouve ; il acquiert ainsi une adresse de longueur infinie.

On constate notamment que le passage au triangle de réflexion envoie la zone magenta 1a1c1a1 sur toute la zone vert clair 1c1a1, la vert clair sur toute la zone orange 1c1 (vert clair compris) et l'orange sur toute la zone 1 (couleurs comprises). En fait, on démontre que chaque itération a pour effet de supprimer les deux premiers caractères des adresses débutant par 1 ; si on a supprimé a , on ne fait rien d'autre ;

BIBLIOGRAPHIE

- G. Nicollier, *Convolution filters for polygons and the Petr-Douglas-Neumann theorem*, *Beiträge zur Algebra und Geometrie*, 2013 [<http://link.springer.com>, doi: 10.1007/s13366-013-0143-9].
- G. Nicollier, *Convolution filters for triangles*, *Forum Geometricorum*, vol. 13, pp. 61-85, 2013 ; *Reflection triangles and their iterates*, *ibid.*, vol. 12, pp. 83-129, 2012 [<http://forumgeom.fau.edu>].
- D. Ismailescu et J. Jacobs, *On sequences of nested triangles*, *Periodica Mathematica Hungarica*, vol. 53, pp. 169-184, 2006.
- J. van IJzeren, *Driehoeken met gegeven spiegelpuntsdriehoek*, EUT Report 84-WSK-03, pp. 356-373, Université de technologie d'Eindhoven, 1984 [en ligne sur : alexandria.tue.nl/repository/books/256699.pdf].