

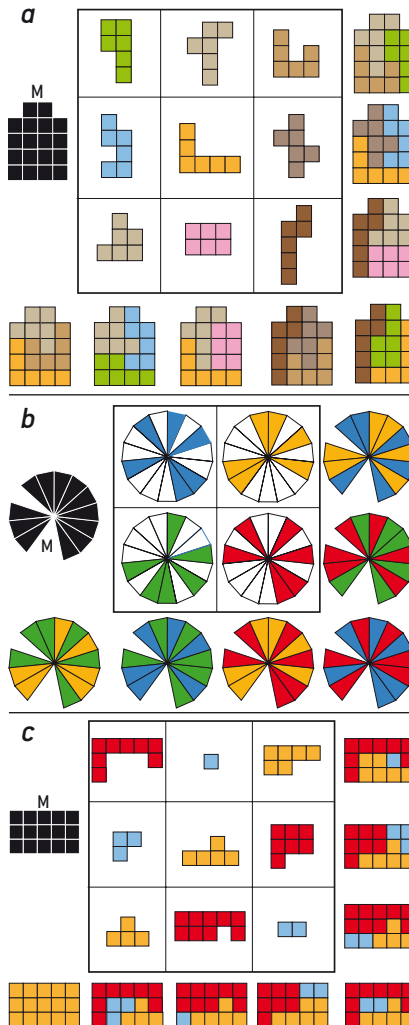
La condition que les aires des pièces de base soient différentes et entières n'est pas dans la définition d'un carré géomagique, qui exige seulement que les pièces de base soient différentes (pas leurs aires). Il est donc possible qu'un carré géomagique ne soit associé à aucun carré magique.

Un tel carré géomagique est représenté sur la figure 4a : les pièces de base sont toutes différentes et reconstituent de huit façons possibles le même modèle M (qui ici n'est pas carré). Cependant, toutes les pièces de base ont la même aire composée de six petits carrés (ce sont des hexamino) et les aires ne produisent donc aucun carré magique.

Notons que, parfois, un même ensemble de formes élémentaires donne non pas un modèle M selon toutes les lignes, colonnes et diagonales, mais en donne deux, M et M'. Il s'agit en quelque sorte de « doubles carrés géomagiques ». L'extraordinaire record en la matière est 12 : les neuf pièces de base du tableau donnent 12 modèles différents, chacun de huit façons différentes !

Il existe des carrés géomagiques d'ordre 2

La liberté donnée par l'emploi de pièces géométriques rend envisageable l'existence de carrés géomagiques d'ordre 2, alors qu'aucun carré magique d'ordre 2 n'est possible. Le problème occupa L. Sallows durant des années sans succès. Une solution de cette difficile énigme est l'œuvre d'un informaticien hollandais, Frank Tinkelenberg. Elle utilise



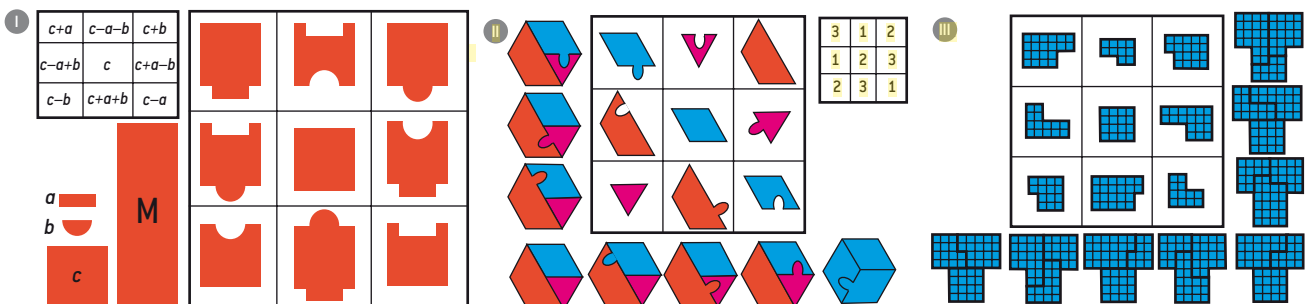
4. UN CARRÉ GÉOMAGIQUE formé d'hexamino (a) de même superficie (aucun carré magique ne lui correspond) ; le premier carré géomagique 2×2 (b) ; un carré géomagique formé de polyminos (c).

à la fois des pièces de base composées de plusieurs morceaux, et le modèle M est en deux morceaux. Cette fois, les quatre figures de base se recomposent par symétrie et rotation de six façons différentes en un modèle M (voir la figure 4b). Les couleurs mettent en évidence l'imbrication des pièces de base et aident à la vérification du carré géomagique.

Bien sûr, cette solution n'est pas très satisfaisante à cause de l'éclatement de chaque pièce en sous-pièces, et la question se pose donc de savoir s'il existe un carré géomagique d'ordre 2 dont les pièces de base seraient toutes d'un seul tenant, ainsi que le modèle M produit par leurs six combinaisons. Personne n'a su encore répondre à cette élémentaire question, que nous soumettons donc aux lecteurs.

L. Sallows explique dans son livre qu'il s'est intéressé aux carrés magiques et à leurs variantes parce qu'il savait qu'il s'agissait d'un domaine où l'amateur, même sans formation mathématique poussée, peut travailler et y faire d'intéressantes découvertes. Son invention et le travail initial qu'il a réalisé sur ce sujet sorti de son imagination prouvent qu'il avait raison : un amateur décidé et persévérant est en mesure de découvrir une multitude de choses nouvelles dont l'ensemble constituera, comme c'est le cas ici, une petite discipline de recherche aussi intéressante que bien d'autres ayant un statut universitaire établi.

Deux types de méthodes sont mis en œuvre par L. Sallows pour découvrir de nouveaux carrés géomagiques : l'intel-



5. UNE MÉTHODE DE CONSTRUCTION des carrés géomagiques utilise la formule de Lucas. Édouard Lucas a prouvé que tous les carrés magiques d'ordre 3 étaient de la forme indiquée en (I), où a , b et c désignent des entiers non nuls. La même formule, en imaginant que a , b et c représentent des formes géométriques, permet de construire des carrés géomagiques (ici, la ligne du milieu et la colonne du milieu ne donnent pas M ; l'idée est néanmoins bonne et fournit des carrés géo-

magiques corrects). Une autre méthode de construction d'un carré géomagique est indiquée en (II) : 1) partir d'un carré magique incorrect (les mêmes nombres étant utilisés plusieurs fois) ; 2) remplacer les nombres par des formes (cela donne un carré géomagique incorrect puisque la même forme est utilisée plusieurs fois) ; 3) modifier les formes de manière à ce qu'elles deviennent toutes différentes. Le carré géomagique (III) a aussi été obtenu de cette façon.