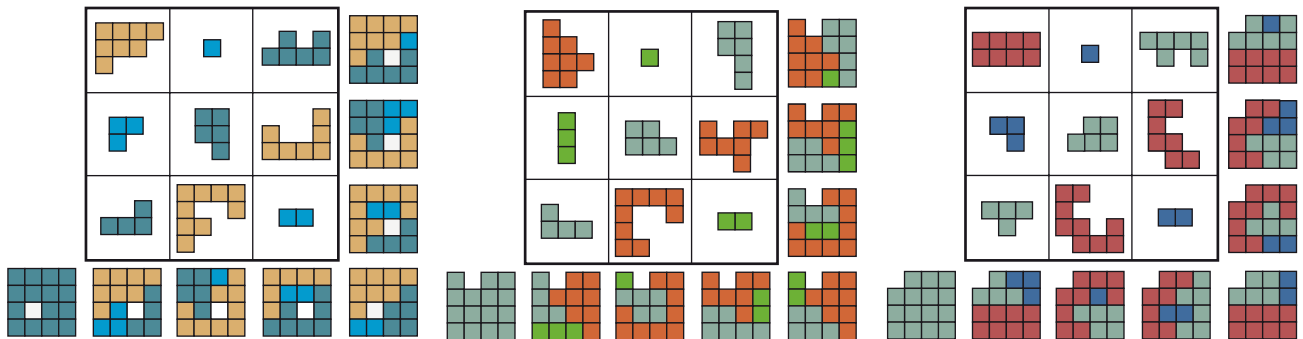




6. TROIS EXEMPLES DE CARRÉS GÉOMAGIQUES NORMAUX dont le modèle est un carré 4×4 à un trou.

ligence et le calcul. Les travaux accomplis depuis des siècles pour construire et trouver systématiquement des carrés magiques suggèrent certaines méthodes pouvant s'appliquer aux carrés géomagiques. Deux d'entre elles sont expliquées à la figure 5. La première se fonde sur une propriété des carrés magiques d'ordre 3 démontrée par le mathématicien français Édouard Lucas (1842-1891), inventeur du casse-tête des tours de Brama (ou tours de Hanoi) et de divers tests de primalité encore utilisés aujourd'hui.

Comment trouver des carrés géomagiques ?

Bien sûr, dans les problèmes combinatoires, l'esprit déductif ne réussit pas toujours à rivaliser avec la machine. Celle-ci, explorant systématiquement des milliards de combinaisons, va, après parfois des jours entiers de calculs, produire des résultats qu'aucun cheminement de raisonnement ne semble en mesure de découvrir.

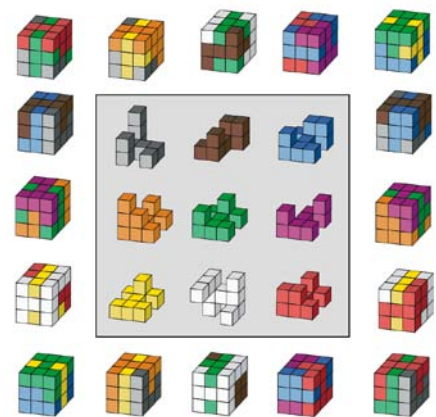
Ce qu'on trouve grâce à la machine est parfois étonnant. Alors qu'en opérant seul et sans ordinateur, vous ne construirez sans doute aucun carré géomagique normal d'ordre 3 dont le modèle M est le rectangle 3×5 et ayant des polyminos pour formes de base, l'ordinateur de L. Sallows, lui, en a découvert 1 411 (voir la figure 4c pour l'un d'entre eux).

En prenant pour M un carré 4×4 ayant un trou d'un carré 1×1 non situé sur le bord, et en se limitant toujours aux carrés géomagiques normaux dont les formes de base sont des polyminos, votre machine énumérera 4 370 solutions. Si, pour M, on découpe le trou carré 1×1

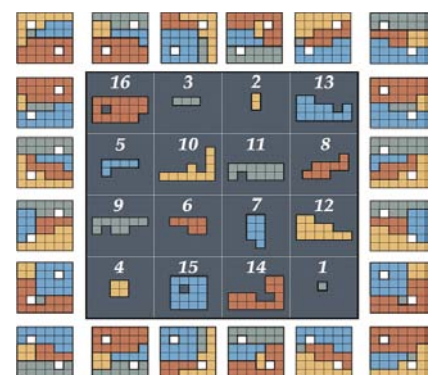
sur le bord et qu'on maintient toutes les autres conditions, le nombre de solutions devient 16 465. Toujours avec les mêmes conditions, mais en supprimant cette fois un carré 1×1 du coin, le nombre de solutions est encore plus grand : 27 110 (voir la figure 6 pour trois exemples de ces carrés magiques normaux).

Même s'ils sont parfois nombreux à satisfaire à un problème précis, les carrés géomagiques sont toujours rares parmi les figures candidates qu'un programme de recherche systématique va envisager et faire défiler lors de son exécution. Cela a pour conséquence que, pour en trouver un, on écrira en général un programme assez court (qui explicitera la brève définition des carrés géomagiques), mais qu'inévitablement le temps nécessaire de calcul avant d'obtenir une solution ou avant de les obtenir toutes sera long. À moins de progrès inattendus, les carrés géomagiques sont donc, le plus souvent, le résultat de longs calculs effectués par des programmes assez courts. Lorsqu'ils sont trouvés par le raisonnement, la situation n'est en fait pas très différente, car la capacité de raisonner provient elle aussi d'un processus d'évolution s'étendant sur une longue période, cette fois mesurable en milliards d'années.

Cette origine liée à de longs calculs est exactement ce qui caractérise ce que Charles Bennett dénomme des objets logiquement profonds (voir la rubrique du mois précédent). Cette remarque éclaire la citation de Paul Carus figurant page 81, car l'analogie entre les carrés magiques et les êtres vivants (qui eux aussi ont pour origine des sortes de longs calculs exécutés par des processus causaux relativement courts à décrire) est



7. EN TROIS DIMENSIONS. Ce carré géomagique peut être vu comme un casse-tête de rangement multiple. Avec seulement neuf pièces, il propose huit énigmes de rangements. Chaque ligne est un casse-tête, ainsi que chaque colonne et les deux diagonales. À chaque fois, il faut reconstituer un cube avec les trois pièces. De quoi s'amuser un moment...



8. EN HOMMAGE À DÜRER, Lee Sallows a composé ce carré géomagique en prenant comme base celui qui apparaît sur la fameuse gravure de 1514 et qui fixe les aires des formes élémentaires.

L'AUTEUR



J.-P. DELAHAYE est professeur à l'Université de Lille et chercheur au Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille (LIFL).

BIBLIOGRAPHIE

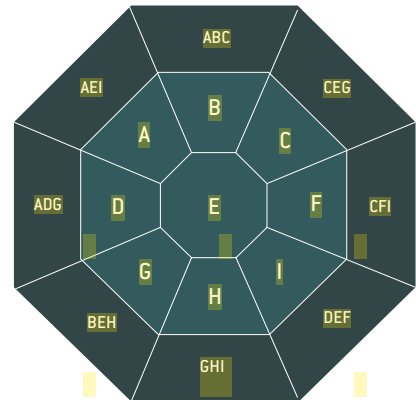
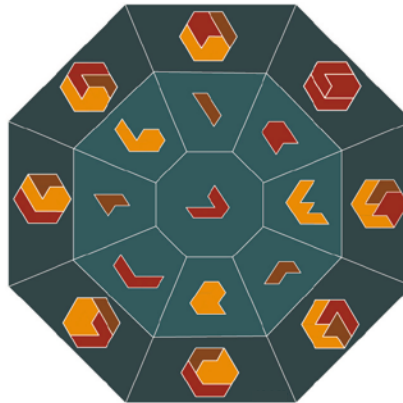
L. Sallows, *Geometric Magic Squares : A Challenging New Twist Using Colored Shapes Instead of Numbers*, Dover, 2013.

L. Sallows, *Geomagic squares*, 2013 (site Internet avec une grande famille d'exemples) : www.geomagicsquares.com/index.php

J.-P. Delahaye, *Qu'est-ce qu'un objet complexe ?*, *Pour la Science*, n° 427, mai 2013.

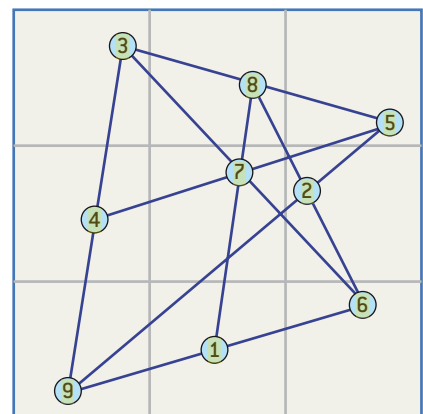
L. Sallows, *Geometric magic squares*, *The Mathematical Intelligencer*, vol. 23(4), pp. 25-31, 2011.

P. Carus, Introduction du livre de S. W. Andrews, *Magic Squares and Cubes*, Open Court Publishing Company, 1917.



9. L'OCTOGONE ET L'HEXAGONE. Le tableau est disposé en octogone (*en vert*). Les séries de formes placées sur l'horizontale centrale (D-E-F), la verticale centrale (B-E-H) et les deux diagonales (A-E-I et C-E-G), ainsi que quatre trios de formes placées côte à côte (A-B-C, C-F-I, I-H-G et G-D-A) sur le pourtour de l'octogone (soit au total huit groupes de trois formes), s'ajustent et donnent huit fois un bel hexagone régulier (*sur le pourtour en noir*).

8	1	6
3	5	7
4	9	2



10. UNE ÉNIGME INVENTÉE PAR LEE SALLAWS consiste à repositionner les pastilles du carré magique de Lo Shu, en plaçant toujours une pastille dans chaque case, de manière à ce qu'il y ait à nouveau huit alignements de trois pastilles, chacun donnant un total que cette fois on veut égal à $S' = 16$ au lieu de $S = 15$. La chose paraît impossible, pourtant la solution est là !

dans cette propriété qu'ils partagent : avoir une grande profondeur logique de Bennett. Il s'agit dans chacun des deux cas d'objets subtilement et délicatement structurés. Comme chez un être vivant, toutes les parties d'un carré géomagique sont solidaires et toute modification apportée en un point détruira l'ordre serré et dense présent dans la délicate construction.

Il ne fait aucun doute que la découverte de L. Sallows n'a pas fini de faire parler d'elle et d'exciter la curiosité des esprits mathématiques et des amateurs d'art géométrique. Elle donnera lieu, comme les

carrés magiques, à d'innombrables travaux et produira en conséquence de merveilleux agencements de formes géométriques que nous admirerons avec étonnement et incrédulité tant ces combinaisons contraintes semblent improbables et même impossibles.

Nous vous invitons à regarder les exemples de carrés géomagiques dus à L. Sallows. Il les a recherchés et construits par le raisonnement ou à l'aide de programmes. Certaines variantes ajoutent de nouvelles contraintes aux combinaisons imposées par la définition de base. Ces variantes sont encore plus inespérées et élégantes. ■

Merveilleux nombres premiers

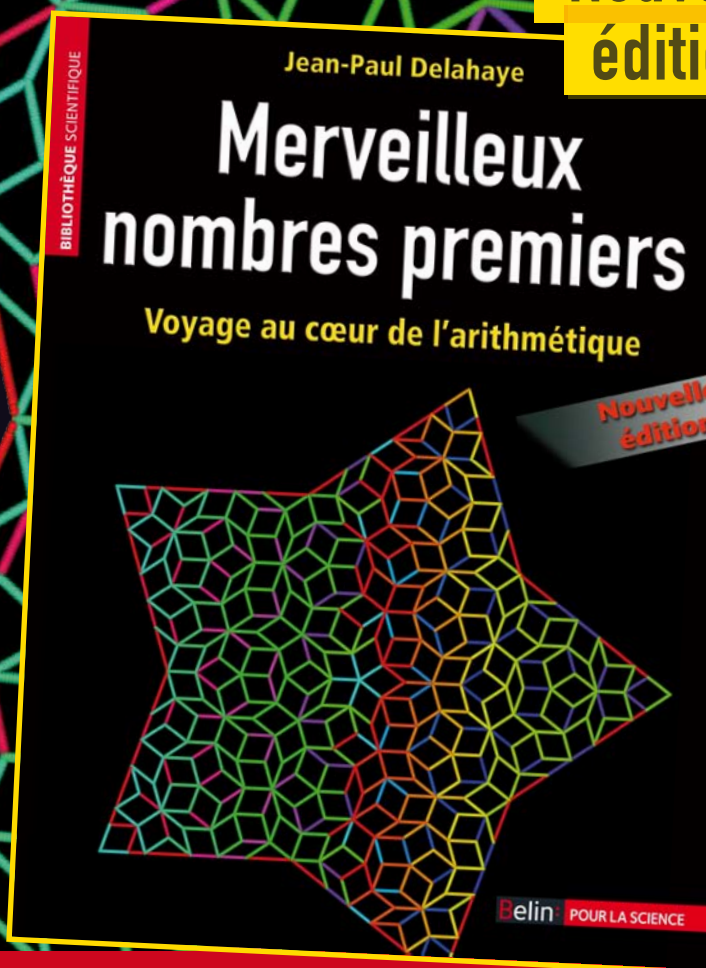
Voyage au cœur de l'arithmétique

Jean-Paul Delahaye

Nouvelle
édition

Les nombres premiers fascinent. Connus dès les débuts de l'arithmétique, ils ont excité la curiosité de milliers de mathématiciens. Ils sont au cœur de la science des nombres, car tout entier se décompose de façon unique en un produit de facteurs premiers. Dans cet ouvrage, l'auteur mêle éclaircissements théoriques et anecdotes piquantes.

Éditions Belin/Pour la Science 2013
296 pages — 28 euros
ISBN 978-2-8424-5117-2



BON DE COMMANDE

à découper ou à photocopier et à retourner accompagné de votre règlement à : Groupe Pour la Science • 628 avenue du Grain d'Or • 41350 Vineuil • Tél. : 0 805 655 255 • e-mail : pourlasciencevpc@daudin.fr

POUR LA
SCIENCE

☐ Oui, je commande l'ouvrage **Merveilleux nombres premiers** de J.-P. Delahaye.

..... exemplaires × 28,00 € (Réf. 075117) = €
Frais de port (4,90 € France – 12 € étranger) + €
TOTAL À REGLER = €

J'indique mes coordonnées :

Nom : _____
Prénom : _____
Adresse : _____

C.P. : _____ Ville : _____
Pays : _____ Tél. : _____
Pour le suivi client (facultatif)

Je choisis mon mode de règlement :

☐ par chèque à l'ordre de *Pour la Science*
☐ par carte bancaire

Numéro _____
Date d'expiration _____
Cryptogramme _____

Signature obligatoire

En application de l'article 27 de la loi du 6 janvier 1978, les informations ci-dessus sont indispensables au traitement de votre commande. Elles peuvent donner lieu à l'exercice du droit d'accès et de rectification auprès du groupe Pour la Science. Par notre intermédiaire, vous pouvez être amené à recevoir des propositions d'organismes partenaires. En cas de refus de votre part, merci de cocher la case ci-contre ☐.

E-mail pour recevoir la newsletter *Pour la Science* (à remplir en majuscules).

@

NRPL428

Offre valable jusqu'au 31.07.13, dans la limite des stocks disponibles.