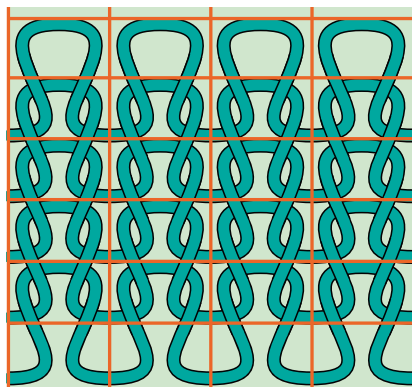
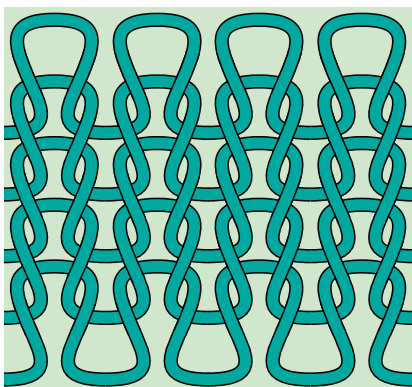




2. LES RANGS DE MAILLES D'UN TRICOT dessinent un motif régulier (à gauche). La périodicité du motif permet de superposer aux mailles un réseau rectangulaire, où chaque rectangle contient une maille (à droite). Le réseau rectangulaire peut aussi être assimilé à un système de deux coordonnées cartésiennes.

augmentation sur le réseau de mailles : une diminution ressemble à une augmentation si l'on renverse le tricot.

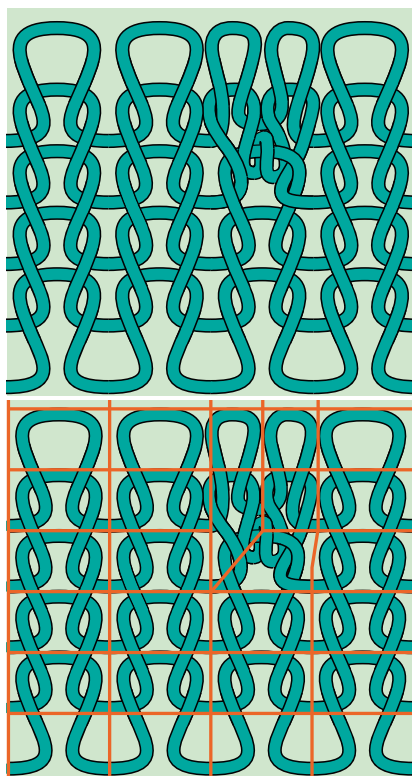
Les rangs et les colonnes de mailles guident l'œil le long de trajectoires tout au long de la surface. Ainsi, lorsqu'on observe une sphère tricotée d'un pôle à l'autre, les rangs et les colonnes de mailles correspondent aux lignes de latitude et de longitude (voir la figure 4).

Tout tricotage revient à édifier une structure globale au moyen de choix opérés à l'échelle locale, au niveau des mailles. Un groupe de mailles ressemble à un système de coordonnées (un quadrillage dans un plan). Un tricot n'est cependant pas plan en général : un tel système de coordonnées ne s'applique que localement, pour le petit ensemble de mailles en question.

Les mailles, un système de coordonnées ?

Un objet muni d'un système de coordonnées ordinaires à l'échelle locale (c'est-à-dire qu'un tel système de coordonnées est attaché en chaque point et à sa proximité immédiate), mais peut-être pas à l'échelle globale, est ce que les mathématiciens nomment une variété. L'étude des différentes familles de variétés constitue d'ailleurs une partie importante des mathématiques actuelles.

La notion de variété sous-entend que le nombre de dimensions (le nombre de coordonnées indépendantes) est constant : à chaque point de la variété correspond un système de coordonnées qui peut être différent, mais de même dimensionnalité. Un pull-over représente ainsi une variété



3. POUR AJOUTER UNE MAILLE à un rang, on réalise une « augmentation » (en haut), qui peut être représentée sur le réseau par deux rectangles naissant d'un seul rectangle (en bas). L'augmentation crée une courbure dans le tricot. Une « diminution » a un effet similaire et ressemble à une augmentation lorsqu'on inverse le haut et le bas du tricot.

de dimension deux – à moins qu'il ait des poches cousues, car là où la poche est reliée au pull-over, trois coordonnées indépendantes (haut-bas, gauche-droite sur la poche et gauche-droite sous la poche) sont nécessaires pour repérer les points voisins de la couture.

La plupart des objets mathématiques tricotés correspondent à des variétés. En particulier, bien qu'une pièce de laine tricotée soit bien sûr tridimensionnelle, elle peut représenter des objets bidimensionnels, au même titre qu'une feuille de papier représente une surface bidimensionnelle. Autrement dit, un tricot peut être considéré comme un objet bidimensionnel – ou comme la frontière (la peau ou l'enveloppe) d'un objet tridimensionnel.

Certains objets mathématiques sont bidimensionnels, mais ne peuvent pas être représentés dans l'espace à trois dimensions sans qu'ils se traversent eux-mêmes ou sans l'ajout de trous (en termes mathématiques, ces objets peuvent être « immergés », mais pas « plongés » dans l'espace réel à trois dimensions). C'est le cas de la bouteille de Klein.

Des bouteilles de Klein en laine

Comme nous l'avons mentionné, la bouteille de Klein est une surface mathématique abstraite dépourvue de bords et formée de telle sorte que son intérieur ne se distingue pas de son extérieur (voir la figure 5). En d'autres termes, on peut faire courir le doigt le long de la surface, en partant de tout point situé sur l'extérieur, et arriver au point correspondant à l'intérieur, sans lever le doigt.

Une représentation correcte de la bouteille de Klein consiste, à deux dimensions, à partir d'un rectangle dont deux côtés parallèles sont orientés (par des flèches) dans le même sens, tandis que les deux autres côtés sont munis d'orientations de sens opposés. La bouteille de Klein est l'objet bidimensionnel et abstrait obtenu quand on identifie (ou quand on fait se rejoindre) les côtés parallèles du rectangle, en respectant les orientations. Lorsqu'on cherche à figurer cela en trois dimensions, on obtient une surface qui semble se traverser elle-même, en présentant une auto-intersection ou un trou.

Ma première bouteille de Klein, du moins sa représentation en trois dimen-