

une structure particulières dans l'espace. Parfois, la topologie prend le pas sur la géométrie, parfois c'est l'inverse ; cette différence détermine si l'objet doit être muni d'une courbure, et si oui, où.

Je tricote souvent des surfaces. Elles sont bidimensionnelles et généralement lisses, ce qui signifie que les modèles tricotés ne doivent pas comporter de coutures, visibles ou non. Un modèle idéal d'une surface ne devrait pas comporter de mailles d'arrêt pour les bords. Dans le monde réel, le fil doit avoir deux extrémités. De même, une pièce tricotée peut être fabriquée à partir de plus d'une pièce de fil à tricoter, mais la transition d'une pelote à une autre devrait être invisible. Ces caractéristiques font partie d'un modèle topologique pour le tricotage que j'ai décrit en 2009.

Textures et motifs

Un autre aspect à considérer quand on tricote des objets mathématiques est la texture de leur surface. Par exemple, l'intérieur et l'extérieur d'une bouteille de Klein abstraite se confondent, et donc la texture d'une bouteille de Klein tricotée devrait être la même sur ses deux côtés (ou faces) physiques. Il devrait être impossible de dire quelle face réelle on est en train d'observer ou toucher, et aucune transition ne devrait être perceptible entre les différentes parties de la pièce tricotée. Pour certains autres objets, les deux faces sont mathématiquement distinctes, et leurs textures devraient par conséquent être distinguables.

On peut aussi mettre en exergue certains sous-objets ou propriétés mathématiques au moyen d'un motif intégré au tricot. Par exemple, on peut se servir de motifs à rayures pour faire apparaître des bandes de Möbius au sein d'une bouteille de Klein.

La plupart de ces modèles à motifs posent des difficultés mathématiques en raison du problème de la discrétisation : une courbe régulière ou une aire colorée dessinées sur un morceau de papier ou électroniquement doivent, dans le tricot, être traduites en une séquence de mailles discrètes. Cela nous ramène à la question du maillage (voir les figures 3 et 4). Les informaticiens qui travaillent sur la visualisation d'objets en trois dimensions ont mis au point des algorithmes pour imposer un maillage sur un objet idéalisé. Un maillage plus fin donne un aspect plus lisse ; de fait, c'est grâce à l'utilisation de maillages très

fins que l'on obtient des infographies très réalistes. Dans le tricotage, l'obtention d'un maillage plus fin nécessite à la fois un fil plus fin et beaucoup plus de temps.

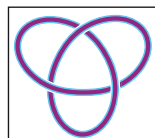
La discrétisation d'un motif n'est pas aussi simple que la surimposition d'un maillage. En effet, les mailles d'un tricot ne sont pas tout à fait carrées en proportion ; leur « rapport d'aspect », c'est-à-dire le rapport largeur/hauteur, est proche de 5:6. Ce fait doit être pris en considération avant de passer à l'exécution du tricot ; sinon, l'objet obtenu sera incorrectement allongé. En général, je réalise un échantillon de tricot avec le fil que j'ai l'intention d'utiliser, ce qui me permet de voir quel sera le rap-

port d'aspect de la maille, puis je crée un papier quadrillé constitué de rectangles élémentaires ayant les proportions appropriées. Il faut ensuite déterminer la forme globale – là où il y aura des augmentations et des diminutions, des rangs raccourcis et d'autres éléments de construction – et traduire cela sur le papier quadrillé. Le défi consiste alors à placer avec précision des motifs ou des couleurs sur cette forme. Voici quelques exemples.

Tout d'abord, considérons le tore. Un tore est une surface de révolution ayant la forme d'une chambre à air ou d'une bouée – il est engendré en faisant tourner un cercle autour d'un axe extérieur au cercle et situé



9. UN TORE COMPORTANT UN MOTIF correspondant au graphe complet K_7 (sept sommets tous reliés deux à deux par une arête) tracé sur le tore. La conception d'un tel modèle tricoté, où plusieurs segments de droite doivent être représentés sur une surface courbe, n'est pas facile.



10. CES TORES TRICOTÉS EN DEUX COULEURS représentent des nœuds de trèfle (en médailles) tracés sur une surface torique. Sur le tore, le nœud de trèfle correspond à une courbe fermée qui ne se recoupe pas. Il existe en deux chiralités : chaque nœud est une image miroir de l'autre, ici en structure comme en couleur.



11. CETTE BANDE DE MÖBIUS, tricotée avec un fil de laine et soie, est destinée à être portée comme une écharpe. Le motif tricoté représente le graphe complet K_6 .

dans son plan. Un nœud torique est une courbe fermée et sans croisements que l'on peut tracer sur le tore, de telle façon que lorsqu'on efface la surface torique, la courbe qui subsiste forme un nœud (voir la figure 10). Sur le « tore plat », le rectangle analogue à celui qui sert à définir la bouteille de Klein, mais dont les côtés opposés sont simplement identifiés ou recollés, un nœud torique peut être représenté par une courbe rectiligne, c'est-à-dire une droite de pente constante. Pour traduire cela sur un tricot, il faut modifier la pente de la courbe d'une façon qui soit cohérente avec la courbure de la surface torique. Heureusement, il existe une construction permettant d'obtenir un tore tricoté en n'opérant qu'un petit nombre de modifications.

Comment tricoter des droites sur un tore ?

Un défi supplémentaire est de tricoter une ligne ou une courbe dans un objet dont la surface a une texture bosselée. Chaque maille doit être tricotée dans une seule couleur de fil (car une maille représente la taille minimale du maillage). Or avec des

mailles adjacentes de couleurs différentes, les couleurs s'entrelacent. Par conséquent, pour représenter une courbe bien nette, la largeur de cette dernière doit être d'au moins deux mailles (voir les figures 8 et 11, où les maillages n'ont pas la même finesse).

Tricoter plusieurs segments de droite sur une surface courbe est également très difficile. Dans un autre projet, j'ai tricoté le graphe complet K_7 , c'est-à-dire un ensemble de sept sommets tous reliés deux à deux par une arête, dans un tore (voir la figure 9). Cela a nécessité l'utilisation d'une symétrie d'ordre 7 (symétrie par rotation d'un septième de tour). Pour distinguer les différents segments de droite issus d'un sommet, chacun de ces segments devait avoir une pente différente, et ces pentes devaient être modifiées en conformité avec la construction du tore. Qui plus est, les sommets tricotés avaient une certaine épaisseur, ce qui perturbait les calculs des pentes.

Qu'implique exactement le processus de conception d'un modèle pour un objet mathématique ? Voici comment je procède. Après avoir choisi un objet à modéliser, je mets au clair mes objectifs mathématiques

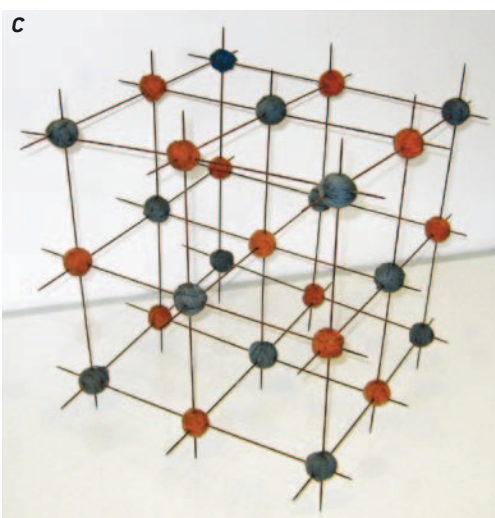
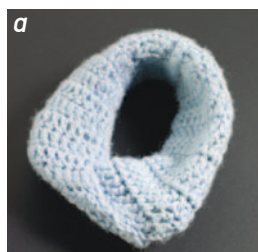
LES PREMIERS TRAVAUX D'AIGUILLES MATHÉMATIQUES : ALEXANDER CRUM BROWN

Pour ceux qui ont un penchant à la fois pour les mathématiques et les travaux d'aiguilles, la bouteille de Klein est depuis longtemps un sujet d'étude. En témoigne la bouteille de Klein ci-contre (a), réalisée par le chimiste écossais Alexander Crum Brown (1838-1922) dans les années 1890-1910.

Crum Brown était professeur de chimie à l'Université d'Édimbourg et membre de la *Royal Society* d'Édimbourg. Enfant, il aimait fabriquer des modèles et il inventa une machine à tisser. Il continua à s'intéresser à la fabrication de modèles à l'âge adulte ; sa thèse pour son diplôme de médecine à l'Université d'Édimbourg détaillait un système graphique permettant de représenter la structure des composés organiques, les atomes étant représentés par des cercles et les liaisons par des lignes. Les activités manuelles de Crum Brown l'ont sans doute aidé pour ses travaux plus abstraits. La figure (c) montre un modèle qu'il a fabriqué en 1883, et qui représente la structure cristalline du chlorure de sodium (NaCl). Les atomes sont représentés par des boules de laine rouges et bleues, et les liaisons par des aiguilles métalliques.

Les travaux d'aiguilles ne constituaient que l'une des nombreuses activités de Crum Brown. Il était également fasciné par les voyelles, et il a fabriqué une « bouteille parlante » qui produisait des sons de voyelles quand on soufflait dedans. En plus de la bouteille de Klein, il a fabriqué une grande variété d'objets en tricot, et a pour certains utilisé plusieurs couleurs afin de montrer les intersections des surfaces. L'objet (b) a ainsi été tricoté en trois couleurs, avec des couches entrelacées.

Tous ces travaux se sont révélés utiles pour les vieux jours de Crum Brown. James Walker, qui lui succéda à la chaire de chimie à l'Université d'Édimbourg, écrivit dans une nécrologie consacrée à Crum Brown que celui-ci avait passé dans l'invalidité les sept dernières années de sa vie, mais il fit remarquer : « Son esprit perdit très peu de son activité. Il lisait beaucoup et s'amusait avec des méthodes originales de tricotage. »



a : Science & Society Picture Library, b et c : Andrew Alexander, University of Edinburgh School of Chemistry