



**11. CETTE BANDE DE MÖBIUS**, tricotée avec un fil de laine et soie, est destinée à être portée comme une écharpe. Le motif tricoté représente le graphe complet  $K_6$ .

dans son plan. Un nœud torique est une courbe fermée et sans croisements que l'on peut tracer sur le tore, de telle façon que lorsqu'on efface la surface torique, la courbe qui subsiste forme un nœud (voir la figure 10). Sur le « tore plat », le rectangle analogue à celui qui sert à définir la bouteille de Klein, mais dont les côtés opposés sont simplement identifiés ou recollés, un nœud torique peut être représenté par une courbe rectiligne, c'est-à-dire une droite de pente constante. Pour traduire cela sur un tricot, il faut modifier la pente de la courbe d'une façon qui soit cohérente avec la courbure de la surface torique. Heureusement, il existe une construction permettant d'obtenir un tore tricoté en n'opérant qu'un petit nombre de modifications.

## Comment tricoter des droites sur un tore ?

Un défi supplémentaire est de tricoter une ligne ou une courbe dans un objet dont la surface a une texture bosselée. Chaque maille doit être tricotée dans une seule couleur de fil (car une maille représente la taille minimale du maillage). Or avec des

mailles adjacentes de couleurs différentes, les couleurs s'entrelacent. Par conséquent, pour représenter une courbe bien nette, la largeur de cette dernière doit être d'au moins deux mailles (voir les figures 8 et 11, où les maillages n'ont pas la même finesse).

Tricoter plusieurs segments de droite sur une surface courbe est également très difficile. Dans un autre projet, j'ai tricoté le graphe complet  $K_7$ , c'est-à-dire un ensemble de sept sommets tous reliés deux à deux par une arête, dans un tore (voir la figure 9). Cela a nécessité l'utilisation d'une symétrie d'ordre 7 (symétrie par rotation d'un septième de tour). Pour distinguer les différents segments de droite issus d'un sommet, chacun de ces segments devait avoir une pente différente, et ces pentes devaient être modifiées en conformité avec la construction du tore. Qui plus est, les sommets tricotés avaient une certaine épaisseur, ce qui perturbait les calculs des pentes.

Qu'implique exactement le processus de conception d'un modèle pour un objet mathématique ? Voici comment je procède. Après avoir choisi un objet à modéliser, je mets au clair mes objectifs mathématiques

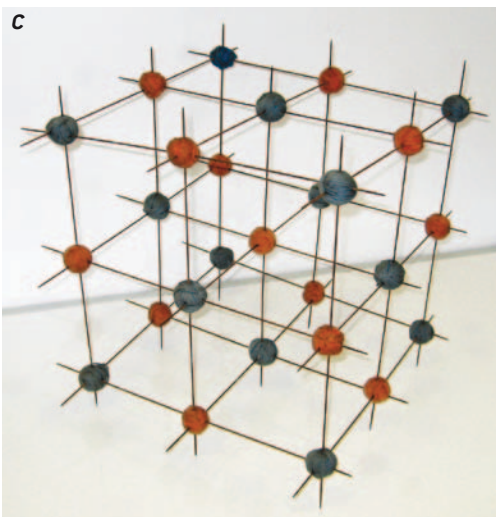
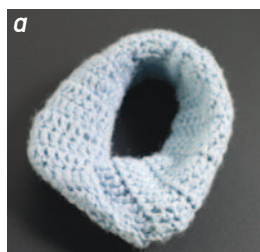
## LES PREMIERS TRAVAUX D'AIGUILLES MATHÉMATIQUES : ALEXANDER CRUM BROWN

Pour ceux qui ont un penchant à la fois pour les mathématiques et les travaux d'aiguilles, la bouteille de Klein est depuis longtemps un sujet d'étude. En témoigne la bouteille de Klein ci-contre (a), réalisée par le chimiste écossais Alexander Crum Brown (1838-1922) dans les années 1890-1910.

Crum Brown était professeur de chimie à l'Université d'Édimbourg et membre de la *Royal Society* d'Édimbourg. Enfant, il aimait fabriquer des modèles et il inventa une machine à tisser. Il continua à s'intéresser à la fabrication de modèles à l'âge adulte ; sa thèse pour son diplôme de médecine à l'Université d'Édimbourg détaillait un système graphique permettant de représenter la structure des composés organiques, les atomes étant représentés par des cercles et les liaisons par des lignes. Les activités manuelles de Crum Brown l'ont sans doute aidé pour ses travaux plus abstraits. La figure (c) montre un modèle qu'il a fabriqué en 1883, et qui représente la structure cristalline du chlorure de sodium (NaCl). Les atomes sont représentés par des boules de laine rouges et bleues, et les liaisons par des aiguilles métalliques.

Les travaux d'aiguilles ne constituaient que l'une des nombreuses activités de Crum Brown. Il était également fasciné par les voyelles, et il a fabriqué une « bouteille parlante » qui produisait des sons de voyelles quand on soufflait dedans. En plus de la bouteille de Klein, il a fabriqué une grande variété d'objets en tricot, et a pour certains utilisé plusieurs couleurs afin de montrer les intersections des surfaces. L'objet (b) a ainsi été tricoté en trois couleurs, avec des couches entrelacées.

Tous ces travaux se sont révélés utiles pour les vieux jours de Crum Brown. James Walker, qui lui succéda à la chaire de chimie à l'Université d'Édimbourg, écrivit dans une nécrologie consacrée à Crum Brown que celui-ci avait passé dans l'invalidité les sept dernières années de sa vie, mais il fit remarquer : « Son esprit perdit très peu de son activité. Il lisait beaucoup et s'amusait avec des méthodes originales de tricotage. »



a : Science & Society Picture Library, b et c : Andrew Alexander, University of Edinburgh School of Chemistry



**12. LE TRICOT CI-DESSUS EST INSPIRÉ** d'un diagramme figurant dans le manuel de topologie algébrique d'Allen Hatcher. La structure est celle d'une tige dont la section est un Y aux bras de même longueur, la tige étant recourbée pour joindre l'une de ses deux extrémités à l'autre, après une torsion d'un tiers de tour. La surface

ainsi obtenue ne comporte qu'un seul bord continu. L'ouvrage est ici renforcé avec du fil de fer pour mieux montrer sa structure. Le tricot de droite est mathématiquement identique, mais il est dépourvu d'armature métallique et est dimensionné pour être porté comme un capuchon.

(en pratique, je le fais souvent inconsciemment). Les objectifs choisis imposent des contraintes sur le tricotage. Cela me donne un cadre pour concevoir le tricotage de l'objet dans sa structure globale.

Je dois ensuite considérer la structure fine de cet objet. Y a-t-il des aspects particuliers des mathématiques que l'on peut mettre en valeur avec de la couleur ou un motif? Des textures particulières sont-elles nécessaires? Pendant la résolution du problème de discrétisation qui s'ensuit, je produis habituellement un modèle que je peux suivre – j'ai mauvaise mémoire et sans cela je perdrais tout mon travail.

## Se coiffer d'une bande de Möbius généralisée

Une création mathématique récente peut illustrer cela. Un jour, un dessin figurant dans le livre *Algebraic Topology* de Allen Hatcher (en accès libre sur Internet) attira mon regard; il me semblait que si la surface représentée était tricotée, le résultat serait formidable. Sa structure est celle d'une tige dont la section est un Y ayant ses trois bras de même longueur, la tige étant recourbée sur elle-même de façon à ce que ses deux extrémités se rejoignent, mais après une torsion de la tige d'un tiers de tour. On obtient ainsi une sorte de bande circulaire qui n'a qu'un seul bord continu (le doigt peut continûment parcourir le bord dans sa totalité et revenir au point de départ).

Bien que cette surface ne constitue pas une variété (il n'est pas possible d'associer un système de coordonnées univoque aux points de l'axe central de la tige), elle res-

semble à une bande de Möbius – c'en est une généralisation. J'ai donc pensé que je pouvais utiliser une construction similaire à celle d'une bande de Möbius – à condition de trouver une façon de tricoter vers l'extérieur, à partir du cercle central (l'axe circulaire de la tige en Y).

Je souhaitais que l'objet tricoté soit fait à partir d'une pelote unique de fil, l'objet mathématique n'ayant qu'un seul bord. Je devais ainsi trouver une façon d'utiliser un seul fil pour produire trois ensembles entrelacés de mailles libres (un tricot ordinaire n'a que deux ensembles de mailles, supérieur et inférieur, par fil). Après avoir résolu ce problème – et cela m'a pris du temps –, je décidai d'utiliser une texture qui aurait le même aspect à partir de tous les points de vue, de sorte que le cercle central serait moins visible. Pour ma première tentative, j'ai décidé de faire simple et je n'ai pas ajouté davantage de conditions (voir la figure 12).

Après avoir terminé ma première réalisation, je l'ai examinée et me suis rendu compte qu'elle ressemblait à un capuchon. J'ai redimensionné la version suivante afin de produire un véritable vêtement. Un objet mathématique que l'on peut porter est un résultat pratique rare, et bienvenu!

Bien que j'aie travaillé sur différents projets de tricot mathématique, je n'en ai pas encore fini avec mes modèles de bouteille de Klein – et cela fait environ 20 ans que j'ai commencé. On m'a demandé d'adapter ma construction pour en faire un chapeau qui puisse être porté. C'est l'un des nombreux défis de tricot mathématique que je compte bien relever. ■

### ■ SUR LE WEB

The Home of Mathematical Knitting [site Web de l'auteur] : [www.toroidalsnark.net/mathknit.html](http://www.toroidalsnark.net/mathknit.html)

### ■ BIBLIOGRAPHIE

S.-M. Belcastro et C. Yackel (éds.), *Crafting by Concepts: Fiber Arts and Mathematics*, AK Peters, 2011.

S.-M. Belcastro, *Every topological surface can be knit: A proof*, *Journal of Mathematics and the Arts*, vol. 3(2), pp. 67-83, 2009.

S.-M. Belcastro et C. Yackel (éds.), *Making Mathematics with Needlework: Ten Papers and Ten Projects*, AK Peters, 2007.

M. O. Reid, *The knitting of surfaces*, *Eureka - The Journal of the Archimedeans*, vol. 34, pp. 21-26, 1971.