

son choix, mais l'éventualité de cas tels que ceux décrits ci-dessus, et encore plus tels que celui décrit à la figure 4, force cette conclusion attentiste.

Une attitude prudente

Point de vue 3. Dans une situation où seules les données des tableaux 1, 2 et 3 sont disponibles, aucune prescription ne s'impose absolument, du fait de l'existence possible d'une partition contradictoire comme celle donnée par les tableaux 4 et 5. Celui qui dispose des données des tableaux 6, 7, 8 et 9, qui indiquent pour chaque catégorie précise (sexe connu et couleur des yeux connue) si le médicament est meilleur que le placebo pourra en revanche prescrire un traitement à un patient dont on connaît le

sexe et la couleur des yeux : il se référera au tableau le concernant. Ce jugement prudent est confirmé par deux arguments.

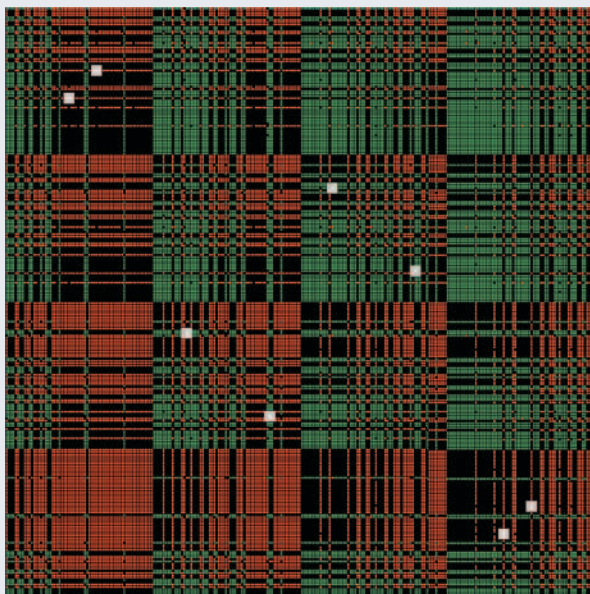
Argument 1. Quand on dispose de données analogues à celles du tableau 1 (indiquant que « le taux de guérison est meilleur avec le médicament qu'avec le placebo ») et que les effectifs ne sont pas trop petits (supérieurs à 3), il est toujours possible de faire une partition des patients en deux catégories complémentaires de façon à avoir des tableaux 2 et 3 produisant des conclusions opposées à celle du tableau 1 (« le placebo est meilleur »).

En effet, composons la catégorie 1 de patients guéris par le placebo (on en garde au moins un pour la catégorie 2) et aucun de la catégorie que le placebo ne guérit pas, auxquels on ajoute tous les patients

que le médicament guérit et quelques patients que le médicament ne guérit pas. Ce choix assure que dans la catégorie 1, le taux de réussite du placebo est 100 %, et qu'il ne l'est pas pour le médicament. Dans la catégorie 2, il n'y a aucun patient que le médicament guérit (ils ont tous été mis dans la catégorie 1) et donc le taux de guérison avec le médicament est nul, ce qu'il n'est pas pour le placebo puisqu'on a réservé au moins un patient guéri par le placebo pour la catégorie 2. Aussi bien dans la catégorie 1 que 2, le placebo sera donc strictement meilleur que le médicament. Si les coefficients du tableau 1 sont $\{2, 2, 2, 3\}$, la méthode décrite donne $\{2, 1, 1, 0\}$ pour le tableau 1 et $\{0, 1, 1, 3\}$ pour le tableau 2.

Ce type de partages est certes artificiel, mais il montre que le risque de paradoxe de

4. Visualisation de la fréquence du paradoxe



$27 = 0 \times 64 + 1 \times 16 + 2 \times 4 + 3 \times 1 = 0123$ en base 4 $216 = 3 \times 64 + 1 \times 16 + 2 \times 4 + 0 \times 1 = 3120$ en base 4

	Guéri	Non guéri	Taux de guérison
Médicament	1	3	25 %
Placebo	2	4	33 %

Le placebo est meilleur

	Guéri	Non guéri	Taux de guérison
Médicament	4	3	57 %
Placebo	2	1	66 %

Le placebo est meilleur

	Guéri	Non guéri	Taux de guérison
Médicament	5	6	45,45 %
Placebo	4	5	44,44 %

MATRICE SOMME

Le médicament est meilleur

Cette figure représente l'ensemble des cas possibles lorsqu'on considère le nombre de guérisons pour des patients hommes prenant le médicament ou le placebo et pour des patientes femmes prenant le médicament ou le placebo (cela correspond aux tableaux 2 et 3 du texte). On a envisagé tous les cas lorsque les huit éléments des deux tableaux parcourent toutes les valeurs entières entre 1 et 4. Cela fait $4^8 = 65\,536$ cas différents.

En regroupant les tableaux hommes et femmes d'un cas, on obtient un tableau de synthèse (hommes et femmes réunis) qui donne parfois une situation de type « paradoxe de Simpson » : les tableaux hommes et femmes vont dans le même sens (le médicament est meilleur, ou le placebo est meilleur), mais le tableau synthétique donne une conclusion opposée.

Chacun des 65 536 cas est représenté par un pixel. Les quatre coefficients du tableau pour les hommes (première colonne : a, b ; deuxième colonne : c, d) fournissent l'abscisse du pixel en considérant le nombre entier dont l'écriture en base 4 a pour chiffres $(a-1), (b-1), (c-1), (d-1)$. Les quatre coefficients

du tableau pour les femmes donnent, selon le même codage, l'ordonnée du pixel. La couleur du pixel est choisie selon les règles suivantes.

– Si on a un cas « normal » (les tableaux hommes et femmes donnent une même conclusion, qui est aussi celle du tableau de synthèse), le pixel est vert ou marron selon que le placebo l'emporte dans le cas général ou non.

– Si on a un cas sans grand intérêt (les tableaux hommes et femmes se contredisent, ou il y a égalité entre les succès du médicament et du placebo), le pixel est noir.

– Si on a un cas de paradoxe de Simpson (le tableau de synthèse s'oppose aux deux tableaux hommes et femmes qui vont dans le même sens), le pixel est clair, entouré d'un halo pour aider à le repérer. Il n'y a que huit cas, correspondant aux huit pixels $(27, 216), (39, 228), (78, 114), (114, 78), (141, 177), (177, 141), (216, 27)$ et $(228, 39)$, le premier étant détaillé ci-contre.

Cette représentation, imaginée et réalisée par Jean-François Colonna, montre qu'heureusement le paradoxe de Simpson se produit assez rarement.