

HISTOIRE DES SCIENCES

Cinquante ans de chaos

En 1963, un météorologiste américain, Edward Lorenz, révéla que la prédictibilité déterministe est dans certains cas illusoire. La théorie du chaos prenait forme...

Adilson MOTTER et David CAMPBELL

En physique classique, on apprend qu'à partir des conditions initiales d'un système, on peut calculer tous ses états futurs. Un déterminisme que le mathématicien français Pierre Simon Laplace étendait à tout l'Univers et expliquait en ces termes dans sa *Théorie analytique des probabilités* (1812) : « Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'Univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux. »

Mais dans la réalité, la connaissance exacte d'un état initial est impossible. Jusqu'à la fin du XIX^e siècle, l'hypothèse tacite était qu'une connaissance approchée de l'état initial conduisait à une connaissance approchée de l'état final. Au vu de leurs succès dans la description du mouvement des planètes, des comètes, des étoiles et de la dynamique d'innombrables autres systèmes, les physiciens n'avaient pas de raison de supposer le contraire.

Cependant, à partir de la fin du XIX^e siècle, une série de travaux ont révélé que la notion de prédictibilité déterministe, bien que séduisante et intuitive, est fautive pour la plupart des systèmes. De petites incertitudes sur l'état initial peuvent conduire à d'énormes erreurs sur l'état final. Même des systèmes dont toutes les forces sont connues peuvent

avoir un comportement imprévisible. Le déterminisme n'exclut pas le chaos.

Le point culminant de ces recherches fut un article publié il y a 50 ans par un météorologiste de l'Institut de technologie du Massachusetts (MIT), Edward Lorenz [1917-2008]. C'est cette histoire de la découverte

du chaos déterministe et de ses implications que nous racontons ici. Ses acteurs sont nombreux – trop pour être tous cités. Nous présentons nos excuses à ceux dont nous n'avons pu mentionner les contributions.

Une galerie de monstres

La théorie du chaos, telle que nous la connaissons aujourd'hui, a pris forme au cours du dernier quart du XX^e siècle. Mais dès la fin des années 1880, les physiciens ont été confrontés au phénomène, à commencer par Henri Poincaré lorsqu'il s'intéressa au problème des trois corps en mécanique céleste. Il s'agissait de déterminer la trajectoire de trois corps interagissant selon la loi de la gravitation universelle.

De tels systèmes sont bien décrits dans l'espace des phases. Dans cet espace, les dimensions correspondent aux variables dynamiques – les positions, les quantités de mouvement –, qui permettent de décrire le système par des équations différentielles du premier ordre. L'idée dominante avait longtemps été que, laissé à lui-même, un système classique ordinaire finit par converger soit vers un état stable, correspondant à un point dans l'espace des phases, soit vers un état périodique (une boucle fermée dans l'espace des phases), soit vers un état quasi-périodique (un tore dans l'espace des phases).

Or les trajectoires à trois corps calculées par Poincaré ne s'inscrivaient dans aucune de ces catégories : elles formaient un enchevêtrement complexe de courbes, aujourd'hui bien connu des théoriciens du chaos. Pour Poincaré, le déterminisme avait



1. EDWARD LORENZ étudiant une série temporelle de solutions numériques de son modèle météorologique, générée par ordinateur (a). En comparant deux séries produites à partir des mêmes équations, mais avec des conditions initiales légèrement différentes, il s'aperçut que les séries divergeaient rapidement (b).

trouvé ses limites : « Il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux [...]. La prédiction devient impossible », écrit-il en 1912 dans l'introduction de son *Calcul des probabilités*.

Pour la plupart des scientifiques de l'époque, les résultats de Poincaré étaient des artéfacts ou le fruit d'erreurs méthodologiques. Il en était de même de conclusions similaires indépendantes du mathématicien français Jacques Hadamard et d'indices expérimentaux du chaos observés par leurs contemporains, rangés eux aussi dans la galerie des monstres. La théorie du chaos ne s'imposa qu'un siècle plus tard.

Selon toute vraisemblance, Lorenz ne connaissait pas les travaux de Poincaré quand il s'est lancé dans la météorologie

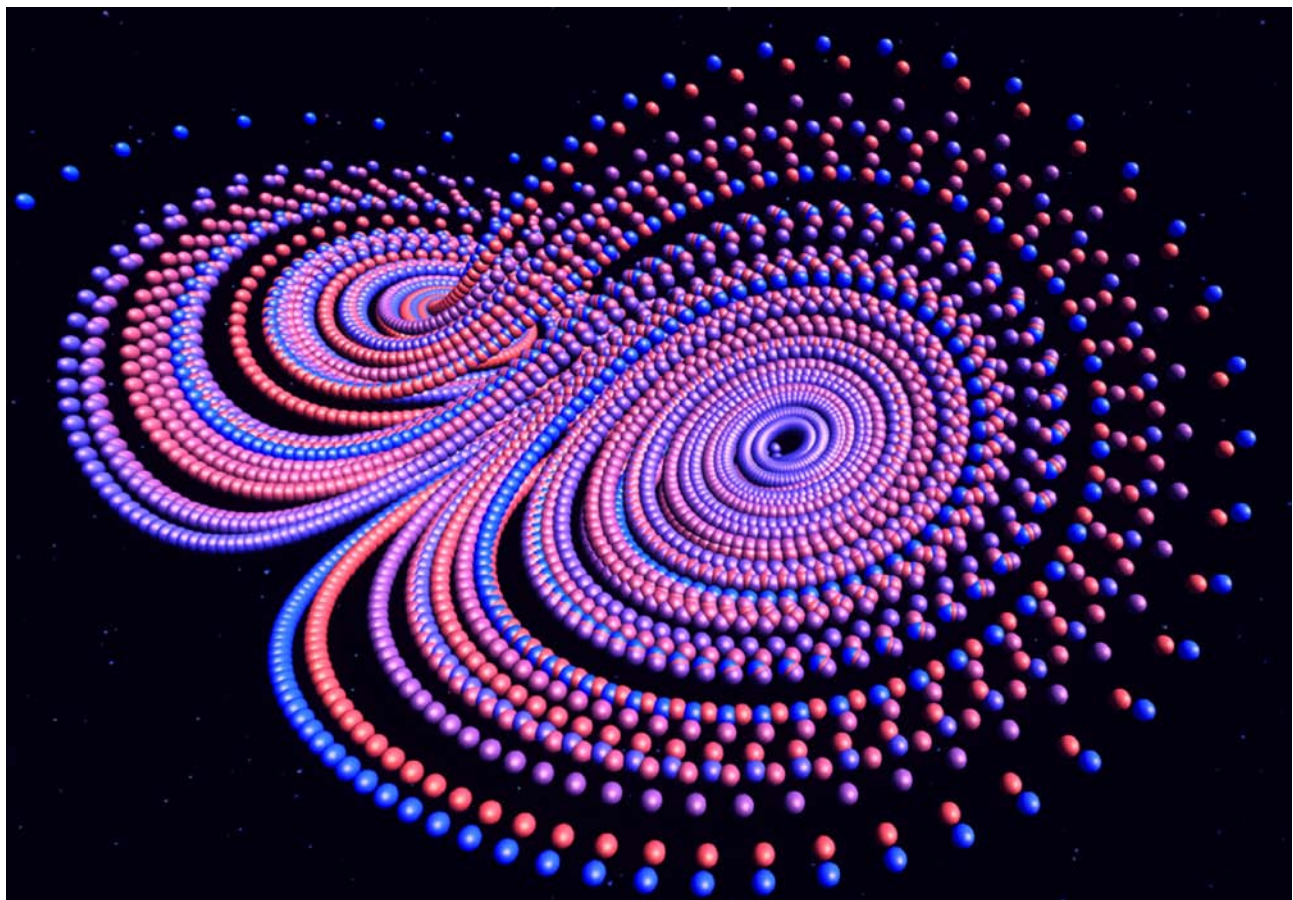
au milieu du XX^e siècle. Muni d'une maîtrise de mathématiques, Lorenz avait servi en tant que météorologiste pendant la Seconde Guerre mondiale, avant de finir sa thèse en météorologie au MIT et de rejoindre la faculté en 1955.

Une découverte fortuite

À l'époque, la plupart des météorologistes prévoyaient le temps en utilisant des procédures linéaires, qui reposaient sur l'hypothèse selon laquelle le temps de demain est une combinaison linéaire bien définie des caractéristiques du temps d'aujourd'hui. Mais selon une nouvelle école émergente, le temps pouvait être prédit avec davantage de précision en simulant les équations de la dynamique des fluides décrivant les écoule-

ments atmosphériques. Lorenz, qui venait d'acquiescer son premier ordinateur, un *Royal McBee LGP-30* avec une mémoire interne de 4 096 mots à 32 bits (mille fois plus rapide que sa calculatrice de bureau, mais un million de fois plus lent qu'un ordinateur portable actuel), décida de comparer les deux approches en confrontant les procédures linéaires à un modèle dynamique simplifié à 12 variables.

Lorenz se concentra sur la recherche de solutions non périodiques, qui lui semblaient plus difficiles à modéliser à l'aide de procédures linéaires. Pour se restreindre à ces solutions, il imposa à son système – un vaste volume de molécules d'air – une source de chaleur externe variable selon la latitude et la longitude (modélisant la chaleur du Soleil dans l'atmosphère réelle).



2. L'ATTRACTEUR DE LORENZ, grossièrement visualisé via la trajectoire d'une unique orbite chaotique. Les sphères représentent

les itérations des équations dites de Lorenz, calculées en utilisant les paramètres originaux des travaux fondateurs de Lorenz.

Avec l'aimable autorisation de Stefan Ganey

En d'autres termes, il força son système à ne jamais atteindre d'équilibre.

Les modèles linéaires montrèrent en effet leurs limites. Mais Lorenz ne s'arrêta pas à cette conclusion. Ayant trouvé les solutions non périodiques de son modèle intéressantes en elles-mêmes, il les examina plus en détail. Il reproduisit les données, imprimant cette fois-ci les variables de sortie après chaque jour de météorologie simulée. Pour gagner de la place, il les arrondissait à la troisième décimale, même si les calculs sur l'ordinateur se poursuivaient avec une précision plus élevée. Il obtint alors un curieux résultat, qu'il relate ainsi dans son ouvrage *The essence of chaos* [1993] :

À un moment, j'ai décidé de répéter certains des calculs afin d'examiner plus en détail ce qui se passait. J'ai arrêté l'ordinateur, tapé une ligne de nombres qu'il avait imprimés plus tôt, et je l'ai relancé. Je suis sorti dans le couloir boire un café et je suis revenu environ une heure plus tard, tandis que l'ordinateur avait simulé environ deux mois de prévisions météorologiques. Les nombres qu'il avait imprimés n'avaient rien à voir avec les anciens.

J'ai tout de suite soupçonné une faiblesse d'un tube à vide ou un autre problème matériel, ce qui est fréquent, mais avant d'appeler le service technique, j'ai décidé de regarder à quel endroit l'erreur s'était produite, sachant que cela pourrait faciliter

le dépannage. Au lieu d'une rupture soudaine, j'ai trouvé que les nouvelles valeurs répétaient au début les anciennes, puis divergeaient rapidement, d'abord d'une unité sur la dernière décimale, puis de plusieurs, puis sur l'avant-dernière décimale et, ensuite, sur celle d'avant encore.

En fait, les différences doublaient tous les quatre jours à peu près, jusqu'à ce que toute ressemblance avec le résultat initial s'efface au cours du deuxième mois. Cela suffisait pour que je comprenne ce qui s'était passé : les nombres que j'avais entrés n'étaient pas les nombres originaux exacts, mais les valeurs arrondies qui étaient apparues dans le document original imprimé. Ces erreurs par arrondi étaient les coupables ; et elles s'amplifiaient peu à peu jusqu'à dominer la solution.

Un papillon au Brésil, une tornade au Texas ?

Avec son modèle, Lorenz a en fait observé ce que l'on nomme aujourd'hui la sensibilité aux conditions initiales — une propriété fondamentale du chaos. Dans l'espace des phases, ce phénomène a une signature : la distance entre deux trajectoires proches quelconques croît exponentiellement avec le temps. Ce comportement confère aux systèmes chaotiques un caractère aléatoire. Mais, comme Lorenz lui-même le notait, les apparences

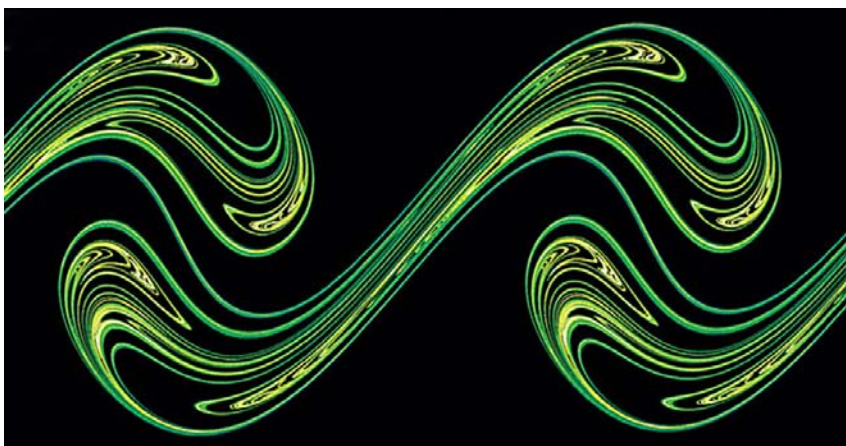
sont trompeuses : alors qu'à tout moment dans un système aléatoire (un lancer de dés, par exemple), il peut se produire une chose parmi deux ou plus, dans des systèmes chaotiques, les résultats sont déterministes. (Et, à strictement parler, c'est la même chose pour le lancer de dés.)

Lorenz comprit que si l'atmosphère avait le même comportement que son modèle, il était impossible de prévoir le temps à long terme. En 1972, lors d'un colloque de l'Association américaine pour l'avancement de la science, dans une conférence intitulée *Prédictibilité : le battement des ailes d'un papillon au Brésil déclenche-t-il une tornade au Texas ?*, il présenta sa découverte en utilisant le papillon comme métaphore d'une minuscule perturbation qui pourrait changer les conditions météorologiques. La métaphore prit et la sensibilité aux conditions initiales devint connue du grand public sous le nom de l'effet papillon.

Lorenz présenta les résultats de son modèle à 12 variables en 1960, lors d'un symposium à Tokyo. Il ne mentionna que brièvement l'effet inattendu des erreurs d'arrondi, pensant en parler dans un autre article. Mais la plupart de ses contemporains ne perçurent pas l'importance de ses résultats. De même, les travaux d'autres pionniers du chaos, tel le Japonais Yoshisuke Ueda qui fit en 1961 des expériences numériques analogues, passèrent inaperçus.

Lorenz publia sa découverte fortuite dans un article de mars 1963 intitulé *Écoulement non périodique déterministe*. Entre-temps, il avait passé une bonne partie de son temps à rechercher le modèle le plus simple présentant une sensibilité aux conditions initiales, et avait abouti à un système d'équations différentielles non linéaires à trois variables, aujourd'hui connues sous le nom d'équations de Lorenz.

Comme le système à trois corps de Poincaré, les équations de Lorenz donnaient des trajectoires dans l'espace des phases qui ne se recouvrent jamais et n'engendrent pas des surfaces de dimension entière. Au lieu de cela, les trajectoires convergent vers une structure bornée de dimension non entière — fractale —, nommée attracteur de Lorenz (voir la figure 2).



3. LES TRAJECTOIRES DANS L'ESPACE DES PHASES d'un pendule amorti forcé périodiquement (système physique dissipatif) convergent vers un attracteur chaotique dont les points sont tracés ici à des instants qui sont des multiples entiers de la période de forçage. L'étirement et le pliage des volumes dans l'espace des phases confèrent à l'attracteur une structure fractale.