

En d'autres termes, il força son système à ne jamais atteindre d'équilibre.

Les modèles linéaires montrèrent en effet leurs limites. Mais Lorenz ne s'arrêta pas à cette conclusion. Ayant trouvé les solutions non périodiques de son modèle intéressantes en elles-mêmes, il les examina plus en détail. Il reproduisit les données, imprimant cette fois-ci les variables de sortie après chaque jour de météorologie simulée. Pour gagner de la place, il les arrondissait à la troisième décimale, même si les calculs sur l'ordinateur se poursuivaient avec une précision plus élevée. Il obtint alors un curieux résultat, qu'il relate ainsi dans son ouvrage *The essence of chaos* [1993] :

À un moment, j'ai décidé de répéter certains des calculs afin d'examiner plus en détail ce qui se passait. J'ai arrêté l'ordinateur, tapé une ligne de nombres qu'il avait imprimés plus tôt, et je l'ai relancé. Je suis sorti dans le couloir boire un café et je suis revenu environ une heure plus tard, tandis que l'ordinateur avait simulé environ deux mois de prévisions météorologiques. Les nombres qu'il avait imprimés n'avaient rien à voir avec les anciens.

J'ai tout de suite soupçonné une faiblesse d'un tube à vide ou un autre problème matériel, ce qui est fréquent, mais avant d'appeler le service technique, j'ai décidé de regarder à quel endroit l'erreur s'était produite, sachant que cela pourrait faciliter

le dépannage. Au lieu d'une rupture soudaine, j'ai trouvé que les nouvelles valeurs répétaient au début les anciennes, puis divergeaient rapidement, d'abord d'une unité sur la dernière décimale, puis de plusieurs, puis sur l'avant-dernière décimale et, ensuite, sur celle d'avant encore.

En fait, les différences doubleraient tous les quatre jours à peu près, jusqu'à ce que toute ressemblance avec le résultat initial s'efface au cours du deuxième mois. Cela suffisait pour que je comprenne ce qui s'était passé : les nombres que j'avais entrés n'étaient pas les nombres originaux exacts, mais les valeurs arrondies qui étaient apparues dans le document original imprimé. Ces erreurs par arrondi étaient les coupables ; et elles s'amplifiaient peu à peu jusqu'à dominer la solution.

Un papillon au Brésil, une tornade au Texas ?

Avec son modèle, Lorenz a en fait observé ce que l'on nomme aujourd'hui la sensibilité aux conditions initiales — une propriété fondamentale du chaos. Dans l'espace des phases, ce phénomène a une signature : la distance entre deux trajectoires proches quelconques croît exponentiellement avec le temps. Ce comportement confère aux systèmes chaotiques un caractère aléatoire. Mais, comme Lorenz lui-même le notait, les apparences

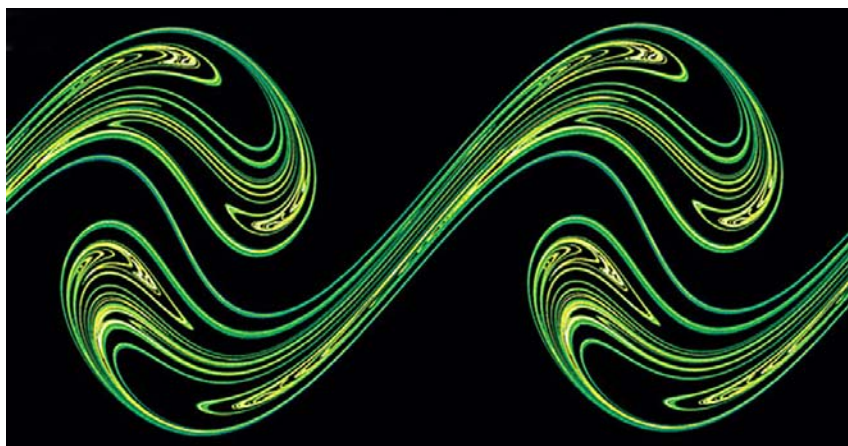
sont trompeuses : alors qu'à tout moment dans un système aléatoire (un lancer de dés, par exemple), il peut se produire une chose parmi deux ou plus, dans des systèmes chaotiques, les résultats sont déterministes. (Et, à strictement parler, c'est la même chose pour le lancer de dés.)

Lorenz comprit que si l'atmosphère avait le même comportement que son modèle, il était impossible de prévoir le temps à long terme. En 1972, lors d'un colloque de l'Association américaine pour l'avancement de la science, dans une conférence intitulée *Prédictibilité : le battement des ailes d'un papillon au Brésil déclenche-t-il une tornade au Texas ?*, il présenta sa découverte en utilisant le papillon comme métaphore d'une minuscule perturbation qui pourrait changer les conditions météorologiques. La métaphore prit et la sensibilité aux conditions initiales devint connue du grand public sous le nom de l'effet papillon.

Lorenz présenta les résultats de son modèle à 12 variables en 1960, lors d'un symposium à Tokyo. Il ne mentionna que brièvement l'effet inattendu des erreurs d'arrondi, pensant en parler dans un autre article. Mais la plupart de ses contemporains ne perçurent pas l'importance de ses résultats. De même, les travaux d'autres pionniers du chaos, tel le Japonais Yoshisuke Ueda qui fit en 1961 des expériences numériques analogues, passèrent inaperçus.

Lorenz publia sa découverte fortuite dans un article de mars 1963 intitulé *Écoulement non périodique déterministe*. Entre-temps, il avait passé une bonne partie de son temps à rechercher le modèle le plus simple présentant une sensibilité aux conditions initiales, et avait abouti à un système d'équations différentielles non linéaires à trois variables, aujourd'hui connues sous le nom d'équations de Lorenz.

Comme le système à trois corps de Poincaré, les équations de Lorenz donnaient des trajectoires dans l'espace des phases qui ne se recouvrent jamais et n'engendrent pas des surfaces de dimension entière. Au lieu de cela, les trajectoires convergent vers une structure bornée de dimension non entière — fractale —, nommée attracteur de Lorenz (voir la figure 2).



3. LES TRAJECTOIRES DANS L'ESPACE DES PHASES d'un pendule amorti forcé périodiquement (système physique dissipatif) convergent vers un attracteur chaotique dont les points sont tracés ici à des instants qui sont des multiples entiers de la période de forçage. L'étirement et le pliage des volumes dans l'espace des phases confèrent à l'attracteur une structure fractale.