

En d'autres termes, il força son système à ne jamais atteindre d'équilibre.

Les modèles linéaires montrèrent en effet leurs limites. Mais Lorenz ne s'arrêta pas à cette conclusion. Ayant trouvé les solutions non périodiques de son modèle intéressantes en elles-mêmes, il les examina plus en détail. Il reproduisit les données, imprimant cette fois-ci les variables de sortie après chaque jour de météorologie simulée. Pour gagner de la place, il les arrondissait à la troisième décimale, même si les calculs sur l'ordinateur se poursuivaient avec une précision plus élevée. Il obtint alors un curieux résultat, qu'il relate ainsi dans son ouvrage *The essence of chaos* [1993] :

À un moment, j'ai décidé de répéter certains des calculs afin d'examiner plus en détail ce qui se passait. J'ai arrêté l'ordinateur, tapé une ligne de nombres qu'il avait imprimés plus tôt, et je l'ai relancé. Je suis sorti dans le couloir boire un café et je suis revenu environ une heure plus tard, tandis que l'ordinateur avait simulé environ deux mois de prévisions météorologiques. Les nombres qu'il avait imprimés n'avaient rien à voir avec les anciens.

J'ai tout de suite soupçonné une faiblesse d'un tube à vide ou un autre problème matériel, ce qui est fréquent, mais avant d'appeler le service technique, j'ai décidé de regarder à quel endroit l'erreur s'était produite, sachant que cela pourrait faciliter

le dépannage. Au lieu d'une rupture soudaine, j'ai trouvé que les nouvelles valeurs répétaient au début les anciennes, puis divergeaient rapidement, d'abord d'une unité sur la dernière décimale, puis de plusieurs, puis sur l'avant-dernière décimale et, ensuite, sur celle d'avant encore.

En fait, les différences doubleraient tous les quatre jours à peu près, jusqu'à ce que toute ressemblance avec le résultat initial s'efface au cours du deuxième mois. Cela suffisait pour que je comprenne ce qui s'était passé : les nombres que j'avais entrés n'étaient pas les nombres originaux exacts, mais les valeurs arrondies qui étaient apparues dans le document original imprimé. Ces erreurs par arrondi étaient les coupables ; et elles s'amplifiaient peu à peu jusqu'à dominer la solution.

Un papillon au Brésil, une tornade au Texas ?

Avec son modèle, Lorenz a en fait observé ce que l'on nomme aujourd'hui la sensibilité aux conditions initiales — une propriété fondamentale du chaos. Dans l'espace des phases, ce phénomène a une signature : la distance entre deux trajectoires proches quelconques croît exponentiellement avec le temps. Ce comportement confère aux systèmes chaotiques un caractère aléatoire. Mais, comme Lorenz lui-même le notait, les apparences

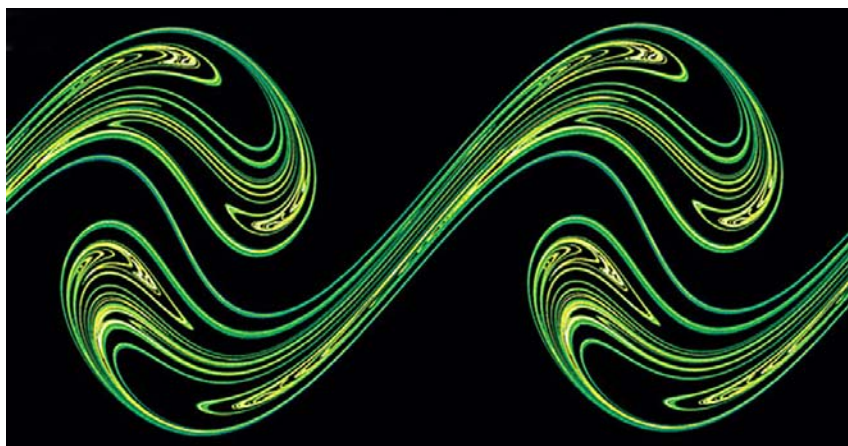
sont trompeuses : alors qu'à tout moment dans un système aléatoire (un lancer de dés, par exemple), il peut se produire une chose parmi deux ou plus, dans des systèmes chaotiques, les résultats sont déterministes. (Et, à strictement parler, c'est la même chose pour le lancer de dés.)

Lorenz comprit que si l'atmosphère avait le même comportement que son modèle, il était impossible de prévoir le temps à long terme. En 1972, lors d'un colloque de l'Association américaine pour l'avancement de la science, dans une conférence intitulée *Prédictibilité : le battement des ailes d'un papillon au Brésil déclenche-t-il une tornade au Texas ?*, il présenta sa découverte en utilisant le papillon comme métaphore d'une minuscule perturbation qui pourrait changer les conditions météorologiques. La métaphore prit et la sensibilité aux conditions initiales devint connue du grand public sous le nom de l'effet papillon.

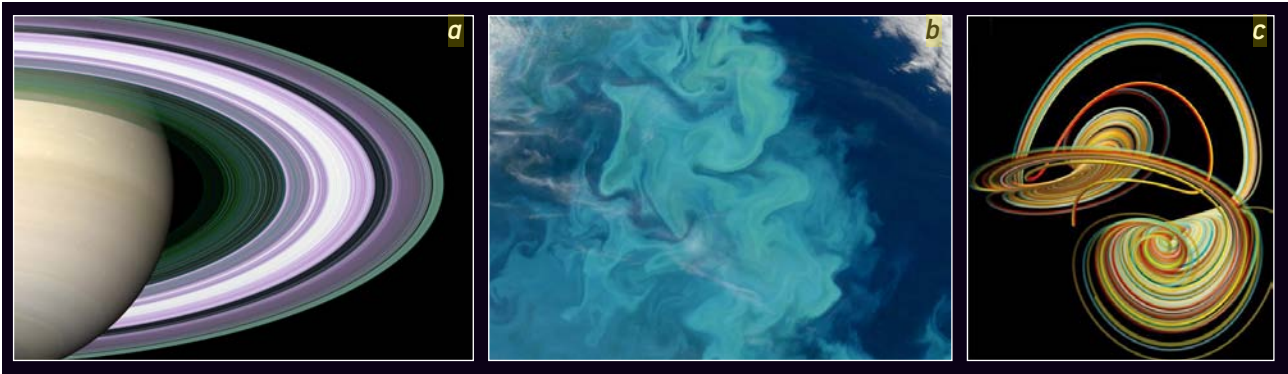
Lorenz présenta les résultats de son modèle à 12 variables en 1960, lors d'un symposium à Tokyo. Il ne mentionna que brièvement l'effet inattendu des erreurs d'arrondi, pensant en parler dans un autre article. Mais la plupart de ses contemporains ne perçurent pas l'importance de ses résultats. De même, les travaux d'autres pionniers du chaos, tel le Japonais Yoshisuke Ueda qui fit en 1961 des expériences numériques analogues, passèrent inaperçus.

Lorenz publia sa découverte fortuite dans un article de mars 1963 intitulé *Écoulement non périodique déterministe*. Entre-temps, il avait passé une bonne partie de son temps à rechercher le modèle le plus simple présentant une sensibilité aux conditions initiales, et avait abouti à un système d'équations différentielles non linéaires à trois variables, aujourd'hui connues sous le nom d'équations de Lorenz.

Comme le système à trois corps de Poincaré, les équations de Lorenz donnaient des trajectoires dans l'espace des phases qui ne se recouvrent jamais et n'engendrent pas des surfaces de dimension entière. Au lieu de cela, les trajectoires convergent vers une structure bornée de dimension non entière — fractale —, nommée attracteur de Lorenz (voir la figure 2).



3. LES TRAJECTOIRES DANS L'ESPACE DES PHASES d'un pendule amorti forcé périodiquement (système physique dissipatif) convergent vers un attracteur chaotique dont les points sont tracés ici à des instants qui sont des multiples entiers de la période de forçage. L'étirement et le pliage des volumes dans l'espace des phases confèrent à l'attracteur une structure fractale.



4. LE CHAOS SE MANIFESTE dans des contextes variés : les anneaux de Saturne, où les régions vides correspondent à des orbites chaotiques [a] ; les efflorescences de plancton (vues ici sur une image satellite de la mer de Barents) qui forment des structures semblables à des

fractales en raison du comportement chaotique des écoulements dans le sillage d'une île [b] ; le champ géomagnétique de la Terre qui inverse ses pôles à des intervalles chaotiques irréguliers – un comportement visualisé dans l'espace des phases par cette simulation [c].

Les attracteurs chaotiques – dits aussi étranges –, dont celui de Lorenz est un exemple, ont tendance à émerger quand un système dissipatif est régulièrement forcé à compenser la perte d'énergie, comme quand un enfant sur une balançoire accompagne le mouvement de ses jambes pour ne pas s'arrêter. Dans le cas du système de Lorenz, c'est la source de chaleur qui compense la perte d'énergie due à la viscosité du fluide.

Dès le début, Lorenz semble avoir saisi une caractéristique essentielle du chaos : il a reconnu non seulement que la non-périodicité implique une sensibilité aux conditions initiales, mais aussi que cette sensibilité est la cause profonde de la non-périodicité. De fait, on sait aujourd'hui que dans l'espace des phases, une structure chaotique telle que l'attracteur de Lorenz baigne dans un ensemble infini d'orbites périodiques instables : si l'on s'écarte un tant soit peu d'une telle orbite, la trajectoire du point représentatif du système devient chaotique.

La publication fut peu remarquée. Douze ans après, l'article était cité moins de 20 fois. Le tournant a eu lieu en 1975, notamment via sa citation dans l'article qui établit le nom du domaine : *Period three implies chaos*, de Tien-Yen Li et James Yorke, de l'Université du Maryland, aux États-Unis. Dès la fin des années 1980, non seulement la recherche sur le chaos a connu un essor considérable, avec des milliers de publications scientifiques à l'appui, mais elle est aussi familière aux

■ LES AUTEURS

Adilson E. MOTTER est professeur de physique et d'astronomie à l'Université du Nord-Ouest à Evanston, dans l'Illinois, aux États-Unis. David K. CAMPBELL est professeur de physique et de génie électrique et informatique à l'Université de Boston.

■ BIBLIOGRAPHIE

A. E. Motter et D. K. Campbell, *Chaos at fifty*, *Physics Today*, vol. 66, pp. 27-33, 2013.

Fifty years of chaos : applied and theoretical, *Chaos*, numéro spécial, vol. 22, 2012.

E. Ott, *Chaos in Dynamical Systems*, Cambridge University Press, 2002.

Y. Ueda, *The Road to Chaos-II*, Aerial Press, 2001.

J. Gleick, *La théorie du chaos*, Flammarion, 1999.

F. Diacu et P. Holmes, *Celestial Encounters : The Origins of Chaos and Stability*, Princeton Univ. Press, 1996.

E. N. Lorenz, *The Essence of Chaos*, Univ. of Washington Press, 1993.

non-scientifiques. Aujourd'hui, le chaos est aussi décrit dans les systèmes dynamiques conservatifs – dont l'énergie totale est conservée au fil du temps. Dans de tels systèmes, il ne peut y avoir d'attracteur : le chaos se manifeste comme une sorte de poussière en mouvement dans l'espace des phases (parfois nommée poussière de Cantor).

Le chaos se distingue des autres grandes théories de la physique. Contrairement à la relativité ou à la mécanique quantique, il ne décrit pas un phénomène physique particulier, mais apporte un ensemble de concepts et de méthodes pour analyser un comportement insoupçonné qui peut se manifester dans des disciplines diverses. Ces caractéristiques expliquent en partie l'indifférence avec laquelle ont été accueillies les premières indications du phénomène. Les premières confrontations avec le chaos ont eu lieu dans des disciplines disparates (mécanique céleste, mathématiques, ingénierie), les uns n'étant pas au courant des découvertes des autres.

Aujourd'hui, si nombre de problèmes liés au chaos demeurent irrésolus, tels que ses implications dans les systèmes quantiques et relativistes, la théorie du chaos est utilisée dans de multiples domaines : physiologie, informatique, finance, dynamique des fluides... Comme le résume l'annonce du prix de Kyoto que reçut Lorenz en 1991 : « [Le chaos déterministe] a amené l'un des changements les plus importants de notre vision de la nature depuis Isaac Newton. » ■