

les pavages du plan réalisables avec les six formes de Robinson sont non périodiques.

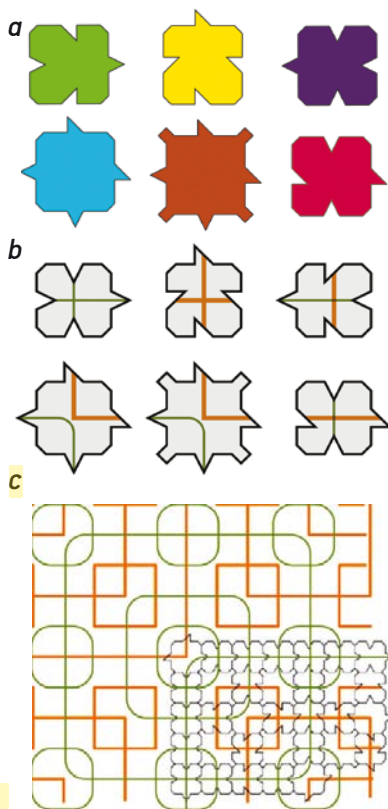
Grâce à R. Penrose, ce bel ensemble de six pavés apériodiques fut d'abord battu par un ensemble de trois pavés, puis par un ensemble de deux pavés (voir l'encadré page 125).

En 1979, R. Penrose, fier de sa découverte, fit breveter les motifs produits par ses pavés apériodiques – une procédure d'appropriation de formes géométriques sur laquelle on peut s'interroger ! En 1997, l'épouse de R. Penrose acheta par hasard des rouleaux de papier hygiénique produits par la firme *Kleenex* dont le motif décoratif était l'un des pavages brevetés. Sans doute furieux de voir sa merveilleuse découverte mathématique chargée d'une tâche indigne, R. Penrose engagea des poursuites contre la firme indéclicate. Il gagna. Carl Morris raconte qu'en 2002, un de ses professeurs de mathématiques de l'Université de Cardiff, qui avait pu acheter quelques précieux rouleaux avant leur retrait des magasins, offrait une feuille décorée aux étudiants obtenant les trois meilleures notes à ses examens.

Des pavages aux quasi-cristaux

Les pavages apériodiques ont longtemps été considérés comme une simple curiosité mathématique sans applications autres que ludiques ou esthétiques. Cependant, en 1982, Dan Shechtman, chercheur israélien alors invité à l'Institut américain des normes et de la technologie (le NIST), s'aperçut qu'un alliage d'aluminium et de manganèse produit, quand il est éclairé par des rayons X monochromatiques, des figures de diffraction ayant une symétrie d'ordre cinq, c'est-à-dire analogue à celle d'un pentagone régulier (voir la figure 4). C'était fort étonnant, car aucune structure cristalline périodique ne peut produire de telles figures de diffraction.

Cette découverte des « quasi-cristaux » était si inattendue que le chercheur a eu du mal à publier sa découverte. Finalement admise et confirmée, elle conduira en 1992 à la modification de la définition des cristallins par l'Union internationale de cristallographie, définition qui ne retient que le



3. LES SIX PAVÉS DE ROBINSON (a) ne peuvent construire qu'un pavage apériodique. Pour le prouver, on leur superpose des tracés colorés (b) qui, lorsqu'on assemble les pavés (c), forment des carrés aussi grands que l'on veut.



4. UNE FIGURE DE DIFFRACTION présentant une symétrie d'ordre 5.

caractère discret de la figure de diffraction des rayons X, sans imposer d'ordre aux symétries observées. Et en 2011, D. Shechtman reçut le prix Nobel de physique pour sa découverte.

Les premiers quasi-cristaux étaient tous artificiels, mais en 2009 un quasi-cristal naturel a été découvert dans les montagnes de Koriakie, en Russie. Son origine extraterrestre ne semble faire aucun doute !

Le lien avec les pavages apériodiques, dont certains sont construits à partir de pavés ayant une symétrie d'ordre 5, ou liés au pentagone régulier (comme c'est le cas pour le pavage *kite-dart* de Penrose à deux pavés), s'est révélé essentiel pour comprendre la nature des quasi-cristaux. Des centaines d'articles scientifiques ont été publiés sur le sujet et, aujourd'hui, tout livre de cristallographie consacre des pages aux quasi-cristaux et aux pavages apériodiques. Parmi les points importants, mentionnons la compréhension que les pavages quasi-périodiques proviennent parfois de la projection de structures périodiques appartenant à des espaces de dimension supérieure.

En informatique, les pavages apériodiques se sont révélés intéressants dans le domaine du graphisme et de la synthèse d'images. Pour engendrer des textures ou pour disposer des séries de nombreux objets dans une image, la solution la plus simple consiste à recopier périodiquement une structure de taille limitée. La répétition périodique, trop visible, donne un aspect peu naturel au résultat (voir la figure 5). D'où l'idée d'utiliser un pavage apériodique qui évite d'avoir à utiliser de l'aléa ou du pseudo-aléa, comme l'ont montré Adrien Peytavié, Éric Galin, Jérôme Grosjean et Stéphane Merillou en 2009.

Forcer l'apériodicité avec un pavé unique ?

Indépendamment des applications à la cristallographie et à l'infographie, une question simple et fondamentale est restée posée depuis la découverte par R. Penrose d'un ensemble de deux pavés forçant la non-périodicité : peut-on forcer la non-périodicité avec un seul pavé ? Ce problème porte le