

nom de « problème *ein stein* » (une pierre en allemand, clin d'œil à Einstein).

En dimension 3, c'est possible, comme Peter Schmitt et John Conway l'ont montré assez facilement au début des années 1990 à l'aide d'un biprisme (voir la figure 6). Chaque couche est périodique, mais en choisissant bien l'angle créé entre les couches (angle déterminé par la forme du biprisme), l'ensemble du pavage de l'espace n'est pas périodique.

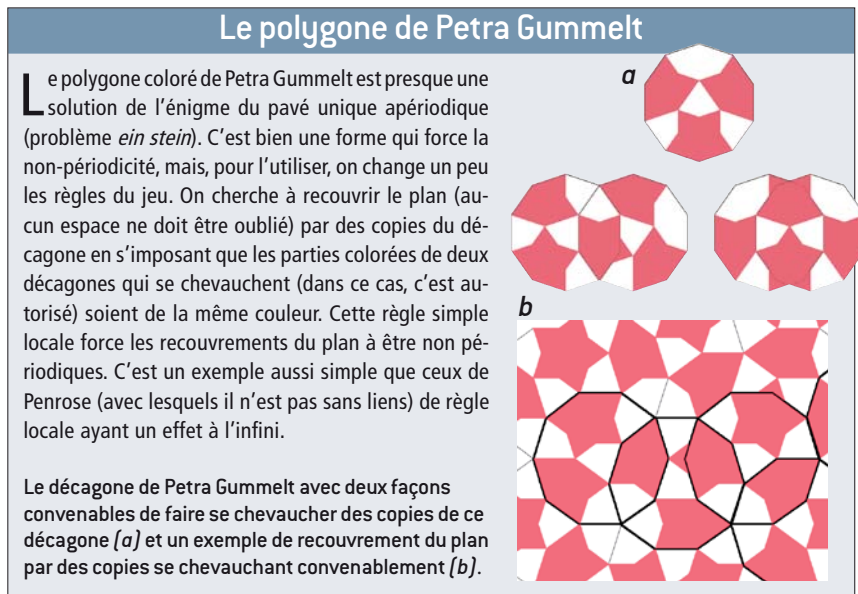
En dimension 2, le polygone coloré découvert en 1996 par l'Allemande Petra Gummelt, de l'Université de Greifswald, est une petite merveille assez proche de la solution : il s'agit d'un décagone régulier dont la surface est colorée avec deux couleurs (voir l'encadré ci-contre). On cherche à recouvrir le plan avec le décagone. On autorise les chevauchements, à condition que les parties chevauchantes soient colorées de la même façon, ce qui est une contrainte locale proche de la contrainte de recouvrement sans chevauchement.

## Des solutions avec chevauchements

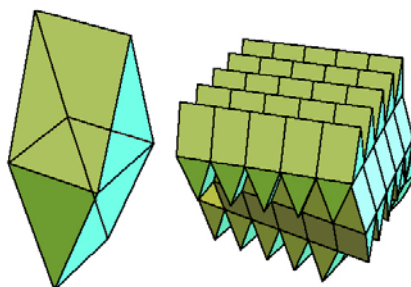
On montre que tout le plan peut ainsi être recouvert et qu'alors, c'est nécessairement de manière aperiodique. Des liens ont été établis entre ce décagone et les pavages de Penrose. De plus, ce décagone est d'une utilité directe pour comprendre certains quasi-cristaux. Malheureusement, les chevauchements autorisés interdisent qu'on le considère comme la solution attendue au problème *ein stein*.

En 2010, Joan Taylor, une habitante de la lointaine Tasmanie (île célèbre pour son loup disparu), après de longs essais s'étalant sur plusieurs années, mit au point un hexagone coloré et des règles locales pour paver le plan avec des copies de cet hexagone. Elle prouva que tout pavage qui respecte les règles est non périodique (voir l'encadré page ci-contre).

Le fait que les règles soient locales a laissé espérer un moment qu'on pourrait, comme pour les tuiles de Penrose, traduire les règles d'assemblage en déformant les côtés de l'hexagone pour obtenir un pavé unique (sans dessin, ni couleur) dont la seule



**5. UNE TEXTURE FORMÉE** avec des éléments disposés périodiquement (*en haut*) à un aspect peu naturel, contrairement à une disposition aperiodique (*en bas*).



**6. POUR L'ESPACE À TROIS DIMENSIONS,** Peter Schmitt et John Conway ont montré qu'avec un biprisme de forme bien choisie, on peut remplir tout l'espace, mais uniquement de façon aperiodique. L'analogie en deux dimensions existe-t-il ?

règle « recouvrir sans chevauchement ni espace vide » forcerait la non-périodicité. Personne n'a réussi cette traduction, que l'on considère maintenant impossible.

Les tentatives de traduction ont tout de même donné deux « quasi-solutions ». La première propose un pavé unique (sans dessin ni couleur) en plusieurs morceaux disjoints considérés comme liés rigidement comme par une force magique, qui pave le plan et ne le fait que de manière aperiodique. La seconde introduit une épaisseur (non constante) et donne une sorte de pavé tridimensionnel qui pave le plan uniquement de façon aperiodique. Ce succès remarquable laisse malheureusement un goût d'inachevé et l'on s'interroge aujourd'hui pour savoir si, en définitive, un « pavé pur » (sans dessin ni couleur) forçant la non-périodicité est possible. Une course est donc lancée entre ceux qui tentent encore de trouver un pavé unique aperiodique et ceux qui tentent de démontrer que ce pavé n'existe pas. ■

### Aider la science et simuler le hasard

Une expérience est organisée par l'Algorithmic Nature Group qui réunit des chercheurs français (dont l'auteur de cette rubrique), espagnols, hollandais et mexicains. Le but est d'évaluer l'aptitude des humains à reconnaître et à simuler le hasard. Le

# SciLogs

La nouvelle communauté de blogueurs scientifiques francophones

Grâce à **SciLogs.fr**, dialoguez avec des chercheurs et acteurs du monde des sciences aux points de vue riches et variés. De blog en blog, explorez la science avec ceux qui la font, la décryptent, l'analysent : résultats de recherche, applications pratiques, perspectives insolites, débats éthiques et politiques... Pour vivre la science au quotidien !

## Signal sur bruit

**Richard Taillet**  
Astrophysicien, professeur chercheur au LAPTh

## Psycho Info

**Jérôme Palazzolo**  
Médecin psychiatre, à Nice et à l'Université Internationale Senghor, à Alexandrie, en Égypte

## Complexités

**Jean-Paul Delahaye**  
Mathématicien, informaticien, et auteur de la rubrique *Logique et calcul* dans *Pour la Science*

## Alterscience

**Alexandre Moatti**  
Polytechnicien, chercheur en histoire des sciences au laboratoire SPHERE

## Cerveau aux hormones

**William Rostène et Jacques Epelbaum**  
Neuroscientifiques, directeurs de recherche à l'Inserm

## Best of Bestioles

**Loïc Mangin**  
Rédacteur en chef adjoint  
Pour la Science

## Prospective Spatiale

**Christophe Bonnal**  
Expert en astronautique, président des commissions « Débris spatiaux » à l'IAA et l'IAF

Retrouvez aussi les autres communautés « SciLogs » : déjà plus 140 blogueurs scientifiques à l'international !



Connectez-vous maintenant pour découvrir [www.SciLogs.fr](http://www.SciLogs.fr) !



Suivez les dernières actualités des blogueurs également sur les réseaux sociaux

Proposé par **POUR LA SCIENCE**

## L'AUTEUR



**J.-P. DELAHAYE**  
est professeur  
à l'Université  
de Lille  
et chercheur  
au Laboratoire  
d'informatique fondamentale  
de Lille (LIFL).

## BIBLIOGRAPHIE

- J.-Y. Lee et R. Moody, Taylor-Socolar hexagonal tilings as model sets, *Symmetry*, vol. 5, pp. 1-46, 2013.
- J. Socolar et J. Taylor, Forcing non periodicity with a single tile, *The Mathematical Intelligencer*, vol. 34(1), pp. 18-27, 2012.
- J. Socolar et J. Taylor, An aperiodic hexagonal tile, *J. Comb. Theory A*, vol. 118, pp. 2207-2231, 2011.
- J. Taylor, Aperiodicity of a functional monotile, 2010, [www.math.uni-bielefeld.de/sfb701/preprints/view/420](http://www.math.uni-bielefeld.de/sfb701/preprints/view/420)
- A. Musesti et M. Poalini, The Penrose Tessellation, 2010 [magnifique film sur les pavés apériodiques de Penrose]: <http://penrose.dmf.unicatt.it/>
- W. Steurer et S. Deloudi, *Crystallography of Quasicrystals*, Springer, 2009.
- B. Durand et al., Complex tilings, *The Journal of Symbolic Logic*, vol. 73(2), pp. 593-613, 2008.

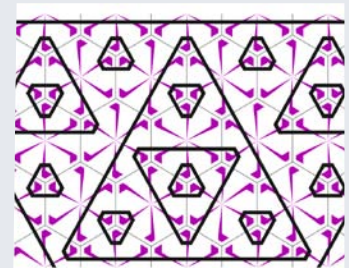
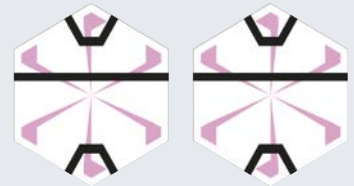
## Le pavé de Joan Taylor

Le pavé de Taylor est une simple tuile hexagonale décorée. On peut la retourner, mais les motifs décoratifs sont les mêmes des deux côtés, comme si la tuile était en verre et les décorations incorporées dans le verre.

Les contraintes à respecter pour paver le plan sont les suivantes :

- les tuiles doivent être mises côté contre côté ;
- les traits noirs doivent se joindre ;
- lorsqu'on considère le côté d'un pavé quelconque, les deux dessins violets sur les tuiles dont le diamètre est aligné avec le côté doivent avoir des orientations identiques.

La démonstration que tout pavage respectant les règles précédemment édictées est apériodique se fait, comme pour les pavés de Robinson (voir le texte de l'article), en considérant les triangles de toutes tailles que dessinent les traits noirs sur les tuiles jointes.



test prend trois ou quatre minutes. Merci d'avance d'y participer (<http://complexitycalculator.com/hrng/>).

Si vous acceptez de donner une adresse électronique, une fois l'expérience terminée et les données recueillies interprétées, vous recevrez un message avec les résultats et un lien vers l'article scientifique qui en sera tiré.

### À propos de la persistance des nombres

Yves Césari m'a fait parvenir la solution de plusieurs questions posées dans l'article sur la persistance des nombres (Pour la Science n° 429, juillet 2013). Il s'agit des conjectures concernant le nombre de cas où la suite tombe sur un point final donné. La première affirme que les seuls entiers dont le point final (dans le calcul de la suite persistante) est 1 sont les nombres repunit 1, 11, 111, ... Y. Césari propose les deux résultats suivants :

1) L'ensemble des nombres dont le chiffre des unités est 1, 3, 7 ou 9, et dont le chiffre des dizaines est pair, est stable par produit.

2) Les nombres obtenus par produits itérés de 3 et 7 ont pour chiffre des unités 1, 3, 7 ou 9, et un chiffre des dizaines pair.

Ces énoncés limitent l'inventaire et le dénombrement de tous les nombres qui ont



**7. UN HOMMAGE À MARTIN GARDNER**, réalisé par Bruce Torrence avec un pavage non périodique constitué de cerfs-volants et de fléchettes convenablement colorés. M. Gardner introduisit ces pavages dans sa rubrique de *Scientific American* en janvier 1977. Ce pavage par des fléchettes et des cerfs-volants a une symétrie d'ordre 5.

pour point final 1, 3, 7 ou 9, et conduisent à la solution des conjectures proposées au sujet des colonnes du tableau de la page 83.

Une autre solution pour le problème des repunits a été envoyée par Yves Lohmann. Marc Lapiere a aussi proposé un nombre qui, pour la version d'Erdős du problème de la persistance, n'atteint un point stable qu'après 21 étapes (au lieu de 18 pour le record cité dans l'article).