

est possible de modéliser la dynamique du fluide dans cette région avec juste ces deux lignes.

De telles lignes existent aussi dans les écoulements périodiques et quasi périodiques. Elles constituent le squelette de motifs qu'il est facile d'observer. Un exemple est le sillage que laisse dans les nuages l'île mexicaine de Guadalupe (voir la figure 2b). Un vent régulier souffle au-dessus de cette île, créant une turbulence régulière qui se traduit par un motif quasi périodique dans les nuages, une «allée de tourbillons de von Karman». Mais l'identification de telles lignes dans des écoulements dont la structure temporelle et spatiale est complexe, apériodique ou chaotique est un défi.

La plupart des méthodes mathématiques disponibles pour identifier des lignes matérielles au sein d'un fluide font l'hypothèse

LES AUTEURS



Thomas PEACOCK est professeur d'ingénierie et de mécanique au MIT (Institut de technologie du Massachusetts), aux États-Unis.

George HALLER est professeur de dynamique non linéaire à l'Institut polytechnique (ETH) de Zurich, en Suisse.

d'un écoulement permanent, périodique ou quasi périodique, et supposent une bonne connaissance du champ d'écoulement à tous les instants. Mais les écoulements qui nous intéressent sont en général apériodiques, et le champ des vitesses est connu à partir d'observations ou de simulations numériques sur des intervalles de temps limités. Il en résulte que même les concepts les plus simples, de murs attractifs ou répulsifs et de points selles, sont mal définis dans les situations apériodiques.

Pour les écoulements apériodiques et chaotiques, les barrières de transport qui généralisent les lignes attractives et répulsives des écoulements permanents et périodiques sont précisément les structures lagrangiennes cohérentes. Leur identification nécessite des outils mathématiques appropriés et la connaissance du champ des vitesses sur la zone étudiée pendant l'intervalle de temps considéré.

L'exemple de la double gyre

L'expérience de la double gyre illustre bien l'intérêt de l'approche par les structures lagrangiennes cohérentes.

Dans un bassin, on crée deux tourbillons ayant des sens de rotation opposés et dont l'intensité varie et les centres se déplacent de façon périodique. Le champ des vitesses (a) du fluide indique la situation au début de l'expérience, lorsqu'on dépose une goutte d'encre (disque noir). La longueur et la direction des flèches indiquent le module et la direction de la vitesse de déplacement des éléments de fluide. Après un certain temps (b), l'encre s'est déplacée dans le bassin. Elle a formé deux filaments qui

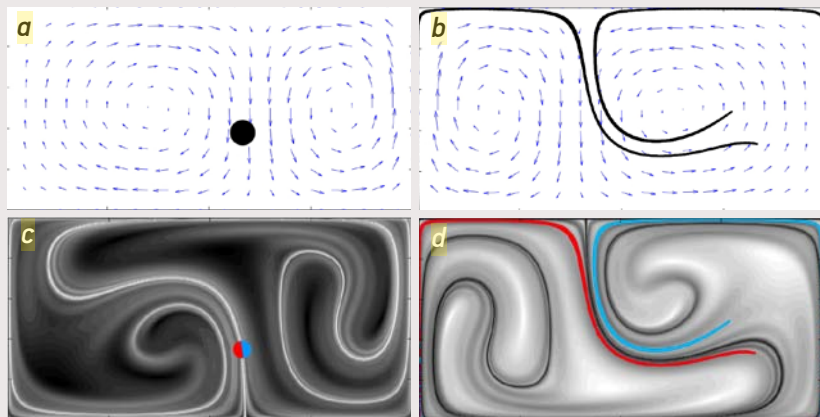
s'étirent vers la droite et vers le haut avant de se séparer.

Il est très difficile de comprendre à partir des vecteurs vitesse comment l'encre a pu suivre de telles trajectoires. Intuitivement, d'après les conditions initiales, on pourrait s'attendre à voir l'encre s'approcher du bord inférieur et se diriger surtout à gauche et un peu vers la droite.

L'analyse du champ des vitesses permet d'identifier les structures lagrangiennes cohérentes et de voir plus clairement les contraintes qui ont déplacé l'encre dans le bassin. La recherche des structures lagrangiennes cohérentes au début de l'expérience (c) met en

évidence une structure répulsive (ligne blanche) qui coupe la goutte d'encre (représentée maintenant en rouge et bleu) en deux parties. Cette structure divise la goutte et empêche qu'elle se remélange en formant une barrière infranchissable pour le fluide et l'encre.

L'analyse à la fin de l'expérience (d) met en évidence une structure lagrangienne cohérente attractive (ligne noire) qui va étirer l'encre sur toute sa longueur (en rouge et en bleu correspondant aux lignes de la figure b). L'interprétation de l'influence des différentes structures explique convenablement les observations.



Un exemple simple : la double gyre

Avant de décrire la méthode d'analyse, illustrons l'intérêt de l'approche des structures lagrangiennes cohérentes, par rapport à un traitement plus classique, avec le problème de la double gyre – une paire de tourbillons voisins et dont les sens de rotation sont opposés (voir l'encadré ci-contre). Dans cet exemple, l'écoulement est périodique et pourrait donc être traité de façon classique, mais il est assez simple pour présenter les idées essentielles de l'approche par les structures lagrangiennes cohérentes.

Le dispositif est constitué d'un bassin rempli de liquide. On y crée deux tourbillons avec des sens de rotation opposés, leur position et leur intensité variant au cours du temps de façon périodique. Lorsqu'on dépose une goutte de colorant entre les deux tourbillons, elle s'étire et se déforme en suivant l'écoulement. Il est difficile de comprendre la forme prise par la goutte au bout d'un certain temps à partir de la seule connaissance du champ des vitesses : le colorant s'est séparé en deux et a formé des lignes dont la forme n'est pas directement reliée aux tourbillons.

En outre, si le référentiel choisi pour l'étude était en rotation, les vecteurs vitesse seraient très différents, mais cela n'aurait pas modifié le trajet pris par le colorant. Ainsi, pour interpréter le résultat, il faut identifier les structures responsables de