

jouant *t* mais seulement 3 points en jouant *c* ; si l'autre entité trahit, j'obtiens 1 point en jouant *t*, et 0 en jouant *c*.

Il y a dilemme. Collectivement, les deux agents emportent 6 points en jouant [*c*, *c*] alors qu'ils en remportent moins en jouant [*c*, *t*] et encore moins en jouant [*t*, *t*]. L'intérêt collectif est que chacun joue *c*, mais une analyse logique individuelle conduit inévitablement à [*t*, *t*], qui est collectivement le pire cas !

Le dilemme est itéré quand la situation de choix entre *c* et *t* se présente périodiquement aux deux mêmes agents. Jouer consiste alors à choisir une stratégie qui, informée du comportement antérieur de l'adversaire, indique le coup suivant à jouer.

Donnant-donnant, une bonne stratégie

La stratégie *Donnant-donnant* consiste à jouer *c* au premier coup, puis à jouer au coup *n* ce que l'adversaire a joué au coup *n* - 1. La stratégie *Périodique-ttc* consiste à jouer *t*, puis *t*, puis *c*, et à recommencer indéfiniment la même séquence des trois coups. Lorsque *Donnant-donnant* rencontre *Périodique-ttc*, la confrontation donne la suite : [*c*, *t*] [*t*, *t*] [*t*, *c*] [*c*, *t*] [*t*, *t*] [*t*, *c*] [*c*, *t*] [*t*, *t*] [*t*, *c*]... Cela rapporte donc en moyenne $(0 + 1 + 5)/3 = 2$ points par coup à *Donnant-donnant* et $(5 + 1 + 0)/3 = 2$ points aussi par coup à *Périodique-ttc*.

Dans certaines stratégies, les coups sont décidés au hasard. La stratégie *Lunatique* joue par exemple *c* dans 50 % des coups et *t* dans 50 % des coups en tirant au hasard avec une pièce de monnaie. Un petit calcul montre que *Lunatique* opposée à *Donnant-donnant* gagne en moyenne $9/4 = 2,25$ points par coup, ce que gagne aussi son adversaire.

Un raisonnement élémentaire montre d'une part que *Donnant-donnant* ne perd jamais plus de 5 points, quel que soit son adversaire et la durée de la rencontre, et d'autre part qu'il ne fait jamais mieux que lui. Dans un tournoi entre un ensemble varié de stratégies (chacune joue contre chaque autre, y compris elle-même, et on totalise les points gagnés), Robert Axelrod a montré que *Donnant-donnant* était une bonne

stratégie. Elle ne gagne pas toujours, car certains ensembles de stratégies lui sont défavorables, mais elle se retrouve le plus souvent classée parmi les premières. Elle ne bat jamais personne, mais comme son comportement incite à la coopération, elle obtient de bons scores qui la placent dans le peloton de tête (voir la figure 1).

Deux autres stratégies sont aussi intéressantes que *Donnant-donnant* :

– *Pavlov* : au premier coup, je coopère ; ensuite, si au dernier coup joué, j'ai gagné 3 points ou plus, je rejoue la même chose, sinon je change.

– *Graduelle* : je coopère au premier coup ; ensuite, lorsque mon adversaire me trahit, je le punis au coup suivant (comme *Donnant-donnant* qui répond à une trahison au coup *n* - 1 par une trahison au coup *n*), mais je suis plus sévère que *Donnant-donnant*, car je punis mon adversaire en jouant *t* pendant *k* coups consécutifs, où *k* est le nombre de trahisons passées de mon adversaire (mes punitions sont donc « graduelles »). Après une telle phase de rétorsion, je coopère deux fois de suite pour tenter de rétablir la paix.

La stratégie *Graduelle* a été conçue en 1993 par C. Dziengelewski, un lecteur de *Pour la Science* qui participait à un concours organisé par la revue. Le concours a suggéré qu'il n'y a pas de limite à la qualité des stratégies, à condition de les rendre de plus en plus complexes. D'autres études menées depuis, en particulier par Bruno Beaufils du Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille conduisent aux conclusions suivantes, généralement acceptées :

– Il n'y a pas de stratégies meilleures que toutes les autres, mais certaines sont mauvaises dans pratiquement tous les environnements possibles, alors que d'autres sont bonnes dans des tournois variés.

– Les bonnes stratégies sont réactives : elles répondent quand on les trahit, prennent le risque de coopérer, commencent par coopérer et, face à un adversaire qui coopère, elles ne trahissent pas, elles savent être indulgentes, après une trahison de l'adversaire elles finissent par pardonner pour renouer la coopération (comme *Graduelle*).

À côté de l'évaluation des stratégies obtenues par des tournois, il existe des

méthodes de tests plus subtiles auxquelles ne réussissent que les stratégies très robustes. Les « sélections écologiques » sont l'une de ces méthodes. On met plusieurs exemplaires de chaque stratégie à tester dans une arène virtuelle et on y organise un tournoi. En fonction des points gagnés lors de ce tournoi, on fait évoluer les effectifs de chacune des stratégies, ce qui définit une seconde génération. La seconde génération produit selon le même processus une autre génération, etc. Les stratégies gagnantes (celles dont les effectifs sont les plus importants) lors d'une telle évolution sont bonnes dans des arènes variables, leurs bons classements ont donc une signification plus profonde que celui donné par un simple tournoi.

Les résultats obtenus par ces calculs modélisent la sélection naturelle et conduisent à une conclusion étonnante : sauf dans des cas très rares, l'arène finit par n'être occupée que par des stratégies qui ne prennent jamais l'initiative de trahir (c'est le cas de *Donnant-donnant*, de *Graduelle* et de *Pavlov*). Après quelques générations, l'arène est occupée par des stratégies qui ne jouent entre elles que des coups [*c*, *c*], donc dans un état de coopération généralisée. Le phénomène est frappant : bien qu'il n'y ait pas d'autorité de contrôle et que la tentation de la trahison soit présente pour tous à chaque coup joué, l'évolution élimine toutes les stratégies qui succombent à cette tentation.

Des résultats qui changent la donne ?

L'article de William Press et Freeman Dyson qui a tant étonné les spécialistes en 2012 a un titre provocateur : « Dans le dilemme itéré du prisonnier, il existe des stratégies qui dominent tout adversaire évolutif ». Il a fait sursauter les chercheurs qui pensaient que l'accord sur l'idée d'une convergence vers la coopération généralisée interdisait qu'il puisse exister des stratégies dominantes (donc exploitant les autres), d'autant plus que les stratégies mises en avant par W. Press et F. Dyson ne respectent pas la règle qu'on pensait définitive : il ne faut jamais prendre l'initiative de trahir face