

Au milieu du XVII^e siècle, l'astronome italien Giovanni Battista Riccioli publie *Almagestum Novum*, une évaluation encyclopédique des systèmes cosmographiques. Il pèse les arguments pour et contre le système copernicien, qu'ils aient trait à l'astronomie, à la physique ou à la religion. Néanmoins, il juge que deux arguments font pencher la balance en défaveur de Copernic. Tous deux reposent sur des objections scientifiques liées aux idées de Brahe. Aucun ne sera tranché avant plusieurs centaines d'années.

La déviation des corps en chute libre

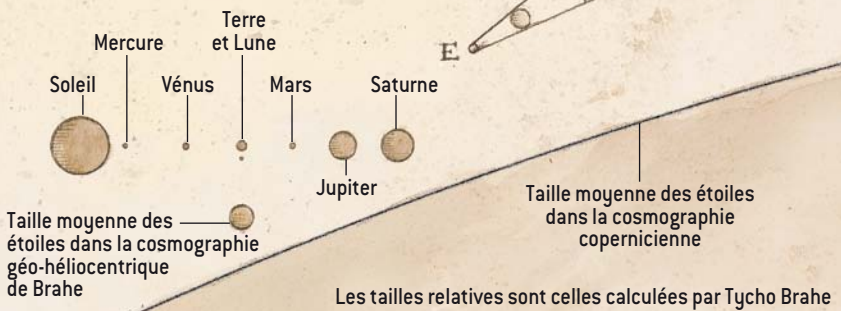
Le premier argument est fondé sur l'incapacité à détecter les effets qu'une planète tournant sur elle-même devrait, explique Riccioli, exercer sur les projectiles et les corps en chute libre. Reprenant une idée d'Aristote, Brahe pensait qu'une Terre en rotation devrait dévier la trajectoire d'un tir rectiligne de projectile. Mais il faudra attendre le XIX^e siècle pour observer une déviation des projectiles et des corps en chute libre et pour que le mathématicien français Gustave Coriolis donne une description mathématique complète de cet effet de la rotation de la Terre.

L'autre argument est celui de Brahe concernant la taille des étoiles, que Riccioli actualise avec des observations à la lunette. Ayant mis au point une procédure reproductible pour mesurer le diamètre des étoiles, il trouve que les étoiles semblent plus petites que ne le pensait Brahe. Mais la lunette augmente aussi la sensibilité à la parallaxe annuelle sans pour autant la détecter, ce qui implique que les étoiles doivent être encore plus lointaines que ne l'avait supposé Brahe. Finalement, les étoiles paraissent toujours aussi titanesques que dans la représentation de Brahe.

Riccioli se plaint que les coperniciens en appellent à l'omnipotence divine pour contourner ce problème scientifique. Prêtre jésuite, Riccioli ne nie pas la puissance de Dieu, mais il rejette cette approche, décrétant que « même si cette idée fausse ne peut être réfutée, elle ne peut satisfaire l'homme prudent ».

Le problème de la taille des étoiles

L'argument le plus cinglant contre l'Univers copernicien fut celui de la taille des étoiles. Quand nous regardons une étoile dans le ciel, elle semble avoir une certaine largeur, petite et fixe. Cette largeur et la distance de l'étoile connues, des calculs géométriques simples révèlent la taille de l'étoile (à droite). Dans les modèles géocentriques de l'Univers, les étoiles sont situées juste au-delà des planètes, ce qui implique que la taille des étoiles est comparable à celle du Soleil (ci-dessous). Mais dans la théorie héliocentrique de Copernic, les étoiles sont extrêmement éloignées. Le même calcul géométrique implique alors qu'elles aient une taille absurde, des centaines de fois supérieure à celle du Soleil (en bas). Les coperniciens ne pouvaient pas expliquer ces données anormales autrement qu'en faisant appel à l'intervention divine. En réalité, les étoiles sont lointaines, mais leur largeur apparente est une illusion, un artefact du comportement de la lumière quand elle pénètre dans la pupille de l'œil ou dans une lunette, comportement que les scientifiques ne comprendront que 200 ans plus tard.



■ BIBLIOGRAPHIE

C. M. Graney, *Stars as the armies of God: Lansbergen's incorporation of Tycho Brahe's star-size argument into the Copernican theory*, *Journal of the History of Astronomy*, vol. 44, pp. 165-172, 2013.

C. M. Graney, *The telescope against Copernicus: Star observations by Riccioli supporting a geocentric universe*, *Journal of History of Astronomy*, vol. 41, pp. 453-467, 2010.

A.-M. Lombardi, *Kepler*, Belin-Pour la Science, 2003.

E. Bellone, *Galilée*, Belin-Pour la Science, 2003.

Si le système copernicien a tardé à être accepté, c'est donc à cause du manque de preuves scientifiques solides confirmant les ordres de grandeur stellaires et cosmiques qu'il implique. Personne n'enregistra de façon convaincante la parallaxe stellaire annuelle avant Friedrich Bessel en 1838. À peu près à ce moment, George Airy donna la première explication théorique de la taille apparente des étoiles et Ferdinand Reich détecta pour la première fois la déviation des corps qui tombent due à la rotation de la Terre, en attendant la spectaculaire expérience du pendule de Foucault en 1851. La physique d'Isaac Newton avait alors depuis longtemps expliqué comment la Terre se meut.

Mais aux époques de Galilée et de Riccioli, ceux qui s'opposaient à Copernic avaient pour eux des arguments scientifiques respectables, cohérents et fondés sur l'observation. Si la science leur a donné tort, ils n'étaient pas de mauvais scientifiques pour autant. La réfutation rigoureuse des arguments solides des autres était et reste une partie du défi et du plaisir de faire de la science. ■

LOGIQUE & CALCUL

Figurations de nombres

L'intuition aide le mathématicien, qui devine les théorèmes avant de les démontrer. Mais il y a plus simple et tout aussi efficace : l'œil détecte des régularités dans les images construites à partir des nombres.

Jean-Paul DELAHAYE

L'œil repère des régularités là où l'analyse brutale des données ne voit souvent rien. Cela explique le succès des méthodes de visualisation et de représentation imagée de l'information numérique. Appliquée aux nombres des mathématiciens, π , $\sqrt{2}$, e , etc., cette idée a depuis longtemps produit d'intéressants résultats, dont de belles formes fractales inattendues. Nous sommes loin d'avoir exploité toutes les possibilités de cette méthode, et les nouveaux procédés proposés pour engendrer des images à partir des nombres sont une source féconde de problèmes de difficultés variées.

Des ensembles de nombres en images

La toute première forme fractale qu'est l'« ensemble triadique de Cantor » (nommé aussi « poussière de Cantor », que l'on notera C) est un ensemble de nombres définissable en quelques mots. Introduit par Georg Cantor en 1884, il s'agit de l'ensemble des nombres réels compris entre 0 et 1, dont il existe un développement en base 3 n'utilisant pas le chiffre '1' (voir l'encadré 1).

Expliquons cette définition. Le développement triadique du nombre 0 est 0,000... ; le nombre réel 0 est donc dans C . Le développement triadique du nombre réel 1 est 1,000... ou 0,222... (car $1 = 2/3 + 2/3^2 + 2/3^3 + \dots$). Cette seconde forme n'utilise pas le chiffre '1', et donc le nombre réel 1 est

dans C . Le développement triadique de $1/2$ s'écrit 0,11111... (car $1/2 = 1/3 + 1/3^2 + 1/3^3 + \dots$) et il n'y en a pas d'autres. Il comporte des 1, et n'a même que cela, le nombre réel $1/2$ n'est donc pas dans C ; etc.

Cette poussière de Cantor est un ensemble non dénombrable (il a autant d'éléments qu'il y a de nombres réels) et pourtant il est de mesure nulle, c'est-à-dire sans « épaisseur ». C'est une fractale : en le grossissant d'un facteur 3 et en n'en conservant que la moitié droite ou gauche, on retrouve l'ensemble de départ. Sa dimension fractale est $\log(2)/\log(3) = 0,630929\dots$, intermédiaire entre celle d'un point, de dimension 0, et celle d'un segment, de dimension 1.

Deux autres fractales parmi les toutes premières sont aussi définies à partir des développements triadiques : le tapis de Sierpinski, dont la dimension fractale est $\log(8)/\log(3) = 1,892789\dots$, et l'éponge de Menger, de dimension $\log(20)/\log(3) = 2,726933\dots$ (voir l'encadré 1).

Le tapis de Sierpinski est l'ensemble des points de coordonnées (x, y) avec x et y compris entre 0 et 1 et tels que x et y n'ont jamais un '1' simultanément en même position dans leur développement en base 3. Le carré central est enlevé, car c'est l'ensemble des points (x, y) dont les développements en base 3 commencent par 0,1. Les centres des huit autres carrés (qu'on supprime de façon itérée dans la construction) sont les points dont les

coordonnées ont toutes deux un développement triadique où figure un '1' en seconde position], etc. L'éponge de Menger est aussi définie par une propriété simple des développements triadiques des coordonnées.

L'œil comprend instantanément la régularité de ces ensembles de nombres dont la définition est peu parlante et un tantinet technique. Cette vision satisfait aussi le mathématicien, qui affine sa perception intuitive des objets. Il en est souvent ainsi : l'œil perçoit immédiatement des propriétés qui, sans l'image, auraient été ignorées. Dans d'autres cas, ce qu'on voit reste incompréhensible ou mal expliqué.

Des nombres premiers sur des spirales

La spirale découverte en 1963 par le mathématicien Stanislaw Ulam illustre l'une de ces étrangetés mal expliquées et qui, pourtant, saute aux yeux. En disposant les entiers en spirale et en noircissant les nombres premiers, on voit des alignements très nets dont aucune explication générale et claire n'a pour l'instant été proposée. Découverte en 1993, et indépendamment par Jean-François Colonna en 1999, la spirale logarithmique des nombres premiers, ou spirale de Sacks, fait aussi apparaître des alignements que l'on ne comprend pas bien (voir l'encadré 2).

Un autre mystère visuel profond lié aux nombres premiers est la « comète de