



Promenade associée au nombre e

Promenade associée au nombre de Champernowne en base 4

Logique & calcul 81

6. Les figurations de nombres de Benoît Cloitre

Les promenades obtenues directement à partir des chiffres d'un nombre (voir l'encadré 5) sont, sauf dans de rares cas, décevantes et produisent des résultats d'allure semblable à une marche aléatoire. Mais Benoît Cloitre a découvert un intéressant procédé de choix de la direction de déplacement du point courant.

Un nombre réel r étant donné, avec deux paramètres entiers a et b (par exemple 3 et 1), il calcule la partie entière du produit $r(an + b)$ pour $n = 1, 2, 3, \dots$, puis, selon que le résultat est pair ou impair, il fait

tourner la direction de déplacement du point courant de $\pi/3$ ou de $-2\pi/3$ (d'autres angles peuvent être choisis et donnent aussi de surprenants résultats). On observe des promenades qui, cette fois, ne sont en rien aléatoires et qui, selon le nombre r , dessinent des figures géométriques complexes, mais toutes très spécifiques des nombres essayés. Pour chaque r , on est tenté de considérer le dessin produit comme une empreinte digitale de r (*digit* veut dire chiffre en anglais).

B. Cloitre a tiré plusieurs conclusions de l'étude de ses promenades.

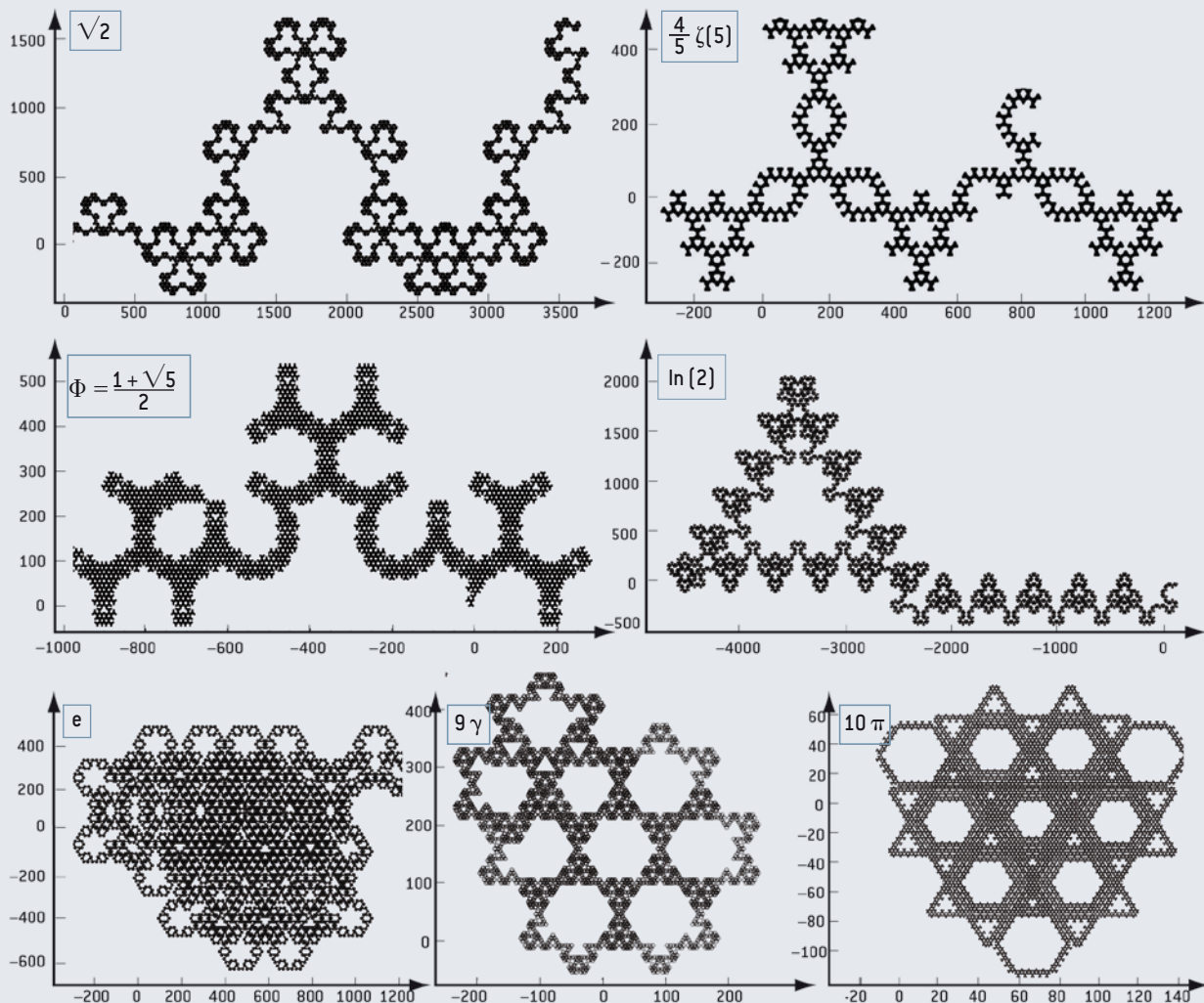
- Si le chemin est non borné et ne reste pas entre deux parallèles, alors la constante est irrationnelle (l'inverse n'est pas toujours vrai). Cette propriété (démontrée) fournit un outil pour prédire la nature irrationnelle ou non d'une constante.

- Les promenades sont souvent autosimilaires (on retrouve la forme générale en plus petit dans l'image). À chaque nombre, le procédé de B. Cloitre donne ainsi le moyen d'associer une forme d'allure fractale.

- On note des différences significatives entre les constantes. Les chemins pour $\sqrt{2}$ et ϕ (le nombre

d'or) se développent plus vite et ont plus d'amplitude le long de l'axe des x . Pour les multiples de π et de la constante mathématique γ (la limite de $1+1/2+1/3+\dots+1/n-\ln(n)$ quand n tend vers l'infini), il y a beaucoup de recouvrements et le cheminement se tasse. De toute évidence, ces promenades rendent visuelles des propriétés profondes des nombres.

Ici, chaque promenade est dessinée pour 1 500 000 étapes, pour $a = 1$ et $b = 0$. Voir : <https://dl.dropboxusercontent.com/u/46675017/FractalWalks16oct.pdf>



Benoît Cloitre