

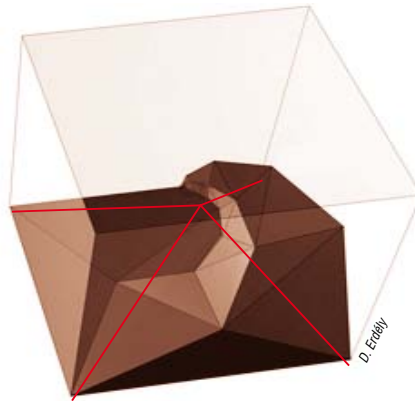
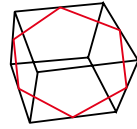
— La somme des aires des triangles qui suivent un triangle équilatéral (supposé d'aire unité) est donc $2/3 + 2/9 + 2/27 + 2/81 + \dots$, quivaut 1. En effet, si l'on note s cette somme infinie, elle vérifie $s - s/3 = 2/3$ (tous les termes se simplifient, sauf le premier), ce qui donne $2s/3 = 2/3$, donc $s = 1$.

Un miraculeux pliage en accordéon infini

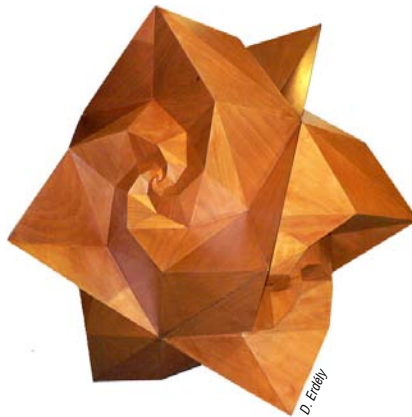
Cette remarque sur les aires est amusante, mais la propriété la plus étonnante du Spidron est qu'il est pliable. En effet, si l'on pave le plan avec des exemplaires du double crochet en carton léger dont on s'est arrangé pour qu'il se plie suivant les dessins des triangles, alors le pavage du plan se contracte continûment en une forme régulièrement bosselée. Chaque triangle pivote et s'écarte du plan de départ, tout en restant attaché à ses voisins. Cette contraction, semblable à celle d'un accordéon infini, est mathématiquement parfaite : les triangles restent plats et solidaires, sans aucune déchirure ou torsion. Ce mouvement continu de contraction s'étend à toute la surface, ce qui bien sûr rapproche les centres des hexagones, un peu comme dans le mouvement inverse de celui de l'expansion de l'Univers chère aux physiciens (voir l'encadré, e et f, et l'animation www.youtube.com/watch?v=rvCB09xChGA&NR=1).

En 1979, D. Erdély présenta sa découverte à Ernő Rubik, son professeur d'art appliqué, célèbre inventeur du cube de Rubik et d'une multitude d'autres fascinants casse-tête. D. Erdély fit la démonstration de sa surface contractile avec un pliage en carton. E. Rubik, émerveillé par cette forme dont il n'avait jamais rien vu d'équivalent, l'encouragea à en poursuivre l'étude et à en étudier les variantes et les applications.

Informé de l'existence de ce pavage pliable, le mathématicien Lajos Szilassi, à l'Université de Szeged, en Hongrie, fut pris d'un doute : est-il vrai que, lors du mouvement de contraction, les triangles du découpage restent plats et solidaires ? En supposant que chaque triangle est attaché à ses voisins rigide-ment par une charnière, est-il possible à l'ensemble des éléments du pavage de



2. UN CUBE SE DÉCOUPE en deux parties ayant un hexagone comme surface de contact (les sommets de l'hexagone sont sur le milieu de six arêtes du cube). Ce découpage en suggère un autre, en six parties pyramidales où le contact est une surface bosselée composée d'un Spidron.



3. L'OCTASPIDRON : cette sculpture de polyèdre spidronisé, conçue par Dániel Erdély et Walt van Ballegooijen, a été réalisée par l'ébéniste Istvan Sagi. D. Erdély indique : « L'Octaspidron est fait de huit morceaux séparés. Quatre sont identiques et les quatre autres en sont les symétriques. C'est la première forme remplissant l'espace que j'ai trouvée. »

pivoter de façon coordonnée en produisant la contraction en accordéon observée avec les modèles en carton souple ?

D. Erdély, qui n'est pas mathématicien, ne pouvait résoudre ce délicat problème de géométrie. L. Szilassi s'y attela. Posant le problème en termes rigoureux et s'aidant du logiciel de calcul formel *Maple*, il réussit à mener un raisonnement et des calculs établissant que le mouvement de la surface en contraction est continu et n'entraîne ni déchirure, ni torsion de ses éléments triangulaires. Le pliage miraculeux de l'artiste D. Erdély est bien la découverte mathématique d'une structure dynamique, pliable, infinie... et jusque-là ignorée !

Certes, la trouvaille est le fruit du hasard, sans que le découvreur ne produise la démonstration de la propriété principale du pavage des triangles. Mais il s'agit bien d'un type totalement inattendu de mouvement coordonné d'une structure géométrique doublement infinie : chaque centre de spirale est la limite d'une infinité de triangles, et les spirales se répètent indéfiniment pour recouvrir le plan mathématique.

Art, mathématiques, applications...

Cette aventure montre une fois encore que l'univers mathématique, malgré son apparente difficulté, est ouvert à tous et que même des amateurs peuvent y dénicher de petites merveilles que les professionnels ne voient pas ! L'article de Lajos Szilassi donnant le détail de sa preuve n'a été publié qu'en 2004, plus de 20 ans après la découverte expérimentale du pliage en accordéon du plan.

L'étude du double crochet et des hexagones contractiles a donné lieu à de nombreux travaux que nous allons présenter et qui se poursuivent. En 2009, un brevet d'antenne utilisant le demi-Spidron a été déposé par le Coréen Keum-Cheol. D. Erdély a évoqué d'autres applications possibles : plusieurs épaisseurs de surfaces pliables à base d'hexagones feraient d'intéressants amortisseurs de chocs ou donneraient de jolies zones de déformation dans les carrosseries automobiles. Les structures remplis-