



4. DEUX POLYÈDRES ARCHIMÉDIENS SPIDRONISÉS, l'octaèdre tronqué (à gauche) et le polyèdre formé de huit faces semblables (à droite). Ces polyèdres peuvent s'assembler pour remplir l'espace;

on distingue bien les parties rentrantes et les parties saillantes, qui permettent à un second exemplaire symétrique de s'ajuster dans le premier (voir aussi <http://edan.szhaz.org/SpidroNew/polyhedra.htm>).

sant l'espace (voir la figure 4) suggèrent des jouets de construction ou, pourquoi pas, des meubles. La surface pliable en accordéon rend possible des murs acoustiques réglables, des bâtiments pliants ou même des éléments de stations spatiales.

Cherchant à approfondir et à généraliser son invention, D. Erdélyi s'est associé à d'autres mathématiciens ou artistes. Avec Walt Ballegooijen de Hollande, Paul Gaiuinas d'Angleterre et bien d'autres, l'étude du double crochet et de ses variantes se poursuit. Elle produit des constructions géométriques nouvelles aussi bien que de belles œuvres d'art exposées dans le monde entier.

Des variantes du Spidron obtenues en modifiant les deux triangles de base de la figure découverte par D. Erdélyi autorisent d'autres pavages du plan (n'ayant plus nécessairement la propriété de se contracter comme le pavage par le Spidron original), ou donnent naissance à des formes tridimensionnelles remarquables composées uniquement de deux triangles utilisés à diverses échelles et formant des crochets logarithmiques.

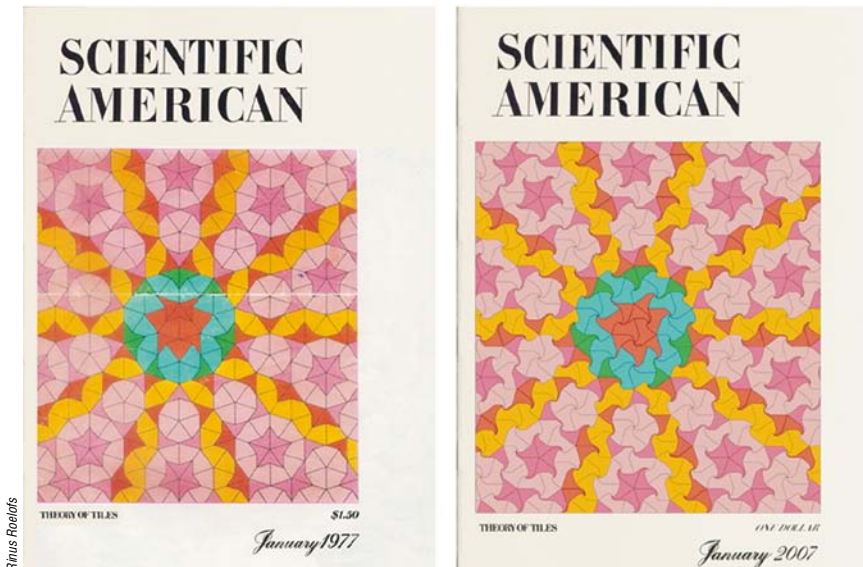
Ces formes conduisent par exemple à définir de nouvelles dissections des polyèdres platoniciens. On sait qu'il est possible de couper un cube en deux parties identiques ayant une face hexagonale : c'est la dissection hexagonale du cube. En exploitant cette construction et les surfaces bosselées de l'hexagone contractile, on a proposé de nouveaux découpages du cube en deux ou six parties identiques ou énantiomorphes (voir la figure 2). Les autres polyèdres platoniciens ont aussi été découpés grâce aux Spidrons. Un petit film réalisé par le groupe de recherche sur les Spidrons et fondé sur le cube de Yoshimoto (www.youtube.com/watch?v=xupWsbC4zhg) montre une chorégraphie de polyèdres utilisant ce découpage.

Polygones et polyèdres spidronisés

Dans le cadre de l'étude des généralisations de l'hexagone pliable, les chercheurs ont défini la notion de « polygone spidronisé » : il s'agit d'une forme dans l'espace composée de deux triangles isocèles disposés en couronnes (chacune composée

d'une suite de triangles) reproduite en taille décroissante, selon la même idée que l'hexagone de base de D. Erdélyi, qu'on peut regarder comme une couronne de 12 triangles reproduite à des échelles de plus en plus petites. Ces couronnes emboîtées composent des surfaces bosselées, assemblages de spirales logarithmiques ayant un centre commun. Les polygones convexes ayant quatre côtés ou plus peuvent tous être « spidronisés ». Cela conduit à une méthode pour remplacer les faces des 13 polyèdres archimédiens par des polygones « spidronisés », ce qui donne des versions spidronisées de ces polyèdres (voir les figures 1, 3 et 4, et <http://spidron.hu/archispidron/>).

On sait qu'il existe des polyèdres flexibles, c'est-à-dire pouvant changer de forme sans se défaire et sans que leurs faces soient déformées. Le premier polyèdre flexible fut proposé par mathématicien canadien Robert Connelly en 1977. Une version simplifiée en a été donnée par Klaus Steffen. Le plan couvert de Spidrons est une sorte de polyèdre flexible de taille infinie ! D'après un théorème attribué à Cauchy



Rinus Roelofs

5. EN MODIFIANT LES DEUX PAVÉS APÉRIODIQUES DE PENROSE, les artistes du groupe de recherche sur les Spidrons ont créé deux tuiles avec des crochets de demi-Spidron qui pavent le plan de manière apériodique. Sur ce modèle, une fausse couverture de *Scientific American* a été réalisée (à droite) en hommage à la couverture historique de janvier 1977, qui représentait le pavage apériodique de Penrose (à gauche).



Craig S. Kaplan

6. UN PAVAGE SPIDRONISÉ DU PLAN HYPERBOLIQUE. Le plan hyperbolique (modèle plan de géométrie hyperbolique, où la somme des angles d'un triangle est inférieure à 180°) est-il pavable avec des formes spidronisées ? Craig Kaplan a montré que oui.

(malgré la preuve incorrecte qu'il en donna, corrigée depuis), il n'existe aucun polyèdre flexible convexe. Le « théorème du soufflet » démontré en 1997 par R. Connelly, Idzhad Sabitov et Anke Waltz, indique que les polyèdres flexibles ont un volume qui reste constant quand on les déforme.

On raconte que l'idée de ce surprenant théorème serait venue du mathématicien américain Dennis Sullivan, qui s'amusa à souffler de la fumée de cigarette dans le modèle de polyèdre flexible de la salle de thé de l'Institut des hautes études scientifiques (IHÉS) à Bures sur Yvette, et qui aurait constaté que celle-ci restait dans le polyèdre même quand on le déformait.

C'est dans ce théorème du soufflet que se trouve sans doute l'explication qu'aucun polyèdre spidronisé construit jusqu'ici n'est flexible. Puisque ces polyèdres sont composés de Spidrons généralisés et que le plan est flexible quand il est spidronisé, on s'attendait à ce que certains polyèdres spidronisés soient flexibles. Cependant, cette éventuelle flexibilité d'un polyèdre spidronisé ne semble pouvoir s'obtenir que par une contraction ou une expansion du polyèdre (car c'est ce qui se produit pour le plan), laquelle entraînerait un changement de son volume et contredirait donc le théorème du soufflet : les polyèdres spidronisés ne seront sans doute jamais flexibles.

Pavages de l'espace

Toujours à propos des polyèdres, les recherches du groupe réuni par D. Erdély ont mis au jour une série de nouveaux polyèdres, dont de nombreux polyèdres ou systèmes de polyèdres pavant l'espace.

Les polyèdres pavant l'espace constituent une famille de polyèdres aussi intéressante que mal connue. Le cube est le seul des cinq polyèdres platoniciens qui pave l'espace. Cependant, une combinaison de tétraèdres et d'octaèdres (deux autres polyèdres platoniciens) pave l'espace.

Il n'existe que cinq polyèdres convexes ayant des faces régulières (c'est-à-dire dont les faces sont des polygones réguliers) pavant l'espace. Ce sont le cube, le prisme triangulaire, le prisme hexagonal, le dodé-