

caèdre rhombique, l'octaèdre tronqué, et le gyrobiprisme triangulaire (deux prismes triangulaires collés l'un à l'autre par leur face carrée en s'arrangeant pour que les triangles n'aient pas de côtés communs).

En supprimant l'exigence que les faces soient des polygones réguliers, on obtient une famille infinie de polyèdres pavant l'espace. En supprimant l'exigence de convexité, la famille s'agrandit encore. Si, de plus, on accepte d'utiliser plusieurs polyèdres pour un seul pavage de l'espace, les systèmes de pavages deviennent si nombreux qu'aucun classement complet n'en a été produit, et d'ailleurs on en découvre régulièrement de nouveaux.

Une classification partielle des pavages de l'espace par des polyèdres a été proposée par Michael Goldberg en 1980, et une liste de 42 systèmes de polyèdres pavant l'espace a été détaillée par Peter Pearce dans son livre *Structure in Nature is a Strategy for Design* (1978). Cette liste a été utilisée par le groupe de recherche sur les Spidrons et a servi à concevoir d'autres systèmes de polyèdres pavant l'espace, composés de polyèdres spidronisés.

En 2009, Walt van Ballegooijen, Paul Galiunas et D. Erdély ont ainsi construit 42 nouveaux systèmes de polyèdres spidronisés ayant tous la propriété de remplir parfaitement l'espace. Dans ce travail, il a fallu être très attentif au sens de rotation des spirales utilisées, car, pour que deux faces de polyèdres spidronisés s'emboîtent parfaitement, il faut qu'elles soient basées sur des spirales tournant dans des sens opposés (sur http://spidron.hu/spidronised_spacefillers/main.html, une magnifique présentation de ce travail est visible, comportant plusieurs petits films).

Pavages apériodiques

Les membres du groupe se sont aussi intéressés au classique problème des pavages apériodiques du plan. On recherche un jeu de formes planes (chacune est disponible en quantité illimitée) pouvant paver le plan sans trou, ni chevauchement, et ne pouvant le faire que de manière non périodique (aucune translation ne doit laisser inva-

riant le pavage). La présente rubrique de novembre 2013 donnait quelques exemples de ces jeux de formes, et présentait en particulier le pavage apériodique n'utilisant qu'une seule tuile décorée, récemment découvert par Joan Taylor.

Ici, le jeu a consisté à trouver des tuiles apériodiques qui soient chacune construites avec un crochet de type Spidron. Le défi semblait délicat. Il a pourtant été relevé et un jeu de deux tuiles spidronisées apériodiques a été trouvé. Ces tuiles sont construites sur le modèle des deux tuiles de Roger Penrose dénommées la « flèche » et le « cerf-volant ». Les chercheurs se sont amusés à reprendre la couverture du *Scientific American* de 1977 qui présentait un pavage de Penrose avec des flèches et des cerfs-volants, et ils l'ont transformé en un pavage avec leurs tuiles spidronisées (voir la figure 5).

Spidrons sur le plan hyperbolique

Paver le plan jusqu'à l'infini est intéressant, mais il existe une représentation géométrique plus concrète de l'infini, celle du plan hyperbolique modélisé dans un disque. On imagine que plus on s'éloigne du centre d'un disque, plus il devient difficile d'avancer, au point qu'il est impossible d'atteindre la frontière du disque, laquelle joue le rôle d'un horizon, à distance finie. Cette géométrie particulière, où par un point passent plusieurs parallèles à une droite donnée, oblige à revoir les pavages usuels du plan, qui ne conviennent plus. Se pose alors la question de savoir si ce plan hyperbolique est pavable par des formes spidronisées. La réponse positive a été donnée par Craig Kaplan (voir la figure 6 et <http://www.cgl.uwaterloo.ca/ffcsk/projects/spidron/>).

Les magnifiques formes construites à partir de Spidrons sont le résultat du travail d'artistes s'occupant de design et de mathématiciens qui se fondent sur une tradition millénaire. Leur dialogue permet à chaque groupe de bénéficier du savoir-faire et des visions de l'autre. Il doit se poursuivre. ■

L'AUTEUR



J.-P. DELAHAYE est professeur émérite à l'Université de Lille et chercheur

au Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille (LIFL).

Le blog de Jean-Paul Delahaye sur SciLogs.fr: www.scilog.fr/complexites/

BIBLIOGRAPHIE

The New Spidron, 2014: <http://www.spidron.hu/>

Spidron System, 2014: <http://edan.szhaz.org/SpidronNew/index.html>

W. van Ballegooijen et al., Spidronised space-fillers, Bridges 2009 Proceedings.

D. Erdély et M. Pelletier, Spidron domain expanding Spidron universe, Bridges 2006 Proceedings, pp. 549-550.

D. Erdély, Some surprising new properties of Spidrons, Bridges 2005 Proceedings, pp. 179-186.

Groupe de recherche autour du Spidron : Dániel Erdély, Gergo Kiss, Peter Koszegi, Emil Molnar, Laszlo Beke, Lajos Szilassi, Rinus Roelofs, Cristiana Grigorescu, Paul Galiunas, Miklos Laczkovich, Walt van Ballegooijen, Amina Buhler-Allen, Janos Erdos, Marc Pelletier.



Retrouvez la rubrique Logique & calcul sur www.pourlascience.fr