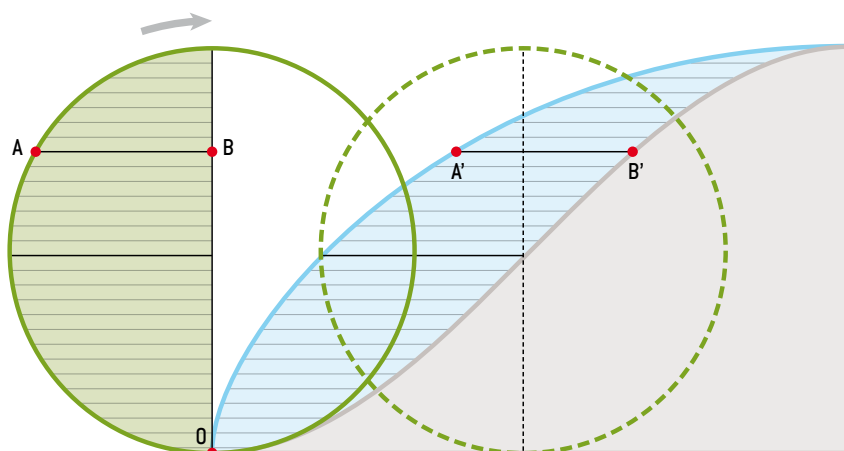




3. LA MÉTHODE DES INDIVISIBLES DE CAVALIERI indique par exemple que l'aire du demi-cercle (en vert) est égale à l'aire de la surface bleue, leurs « indivisibles » (segments en noir) étant simplement décalés. Ce résultat constitue une étape pour montrer que l'aire (en bleu et gris) délimitée par un cycle de cycloïde (courbe en bleu) est égale à trois fois l'aire du cercle – la cycloïde étant la courbe décrite par un point O du cercle lorsque celui-ci roule sur une droite.

L'AUTEUR



Amir ALEXANDER est historien des mathématiques à l'Université de Californie à Los Angeles.

Article adapté de l'ouvrage de l'auteur, *Infinitesimal: How a Dangerous Mathematical Theory Shaped the Modern World*, Scientific American/Farrar, Straus and Giroux, 2014.

BIBLIOGRAPHIE

A. R. Alexander, *Exploration Mathematics: The rhetoric of discovery and the rise of infinitesimal methods*, *Configurations*, vol. 9(1), pp. 1-36, 2001.

D. Descotes, « Le vertige de l'infini », dans *Pascal, Les Génies de la Science*, n° 16, pp. 32-51, 2003.

K. Anderson, *Cavalieri's method of indivisibles*, *Archive for the History of Exact Sciences*, vol. 31(4), pp. 291-367, 1985.

pas moins de mauvaise foi. Quiconque a lu son ouvrage de 1635 *Geometria Indivisibilis... promota* ou ses *Exercitationes* ne doute pas un instant qu'ils reposent sur l'intuition fondamentale que le continuum est formé d'indivisibles. La défense du jésuite sur ce point est un peu faible.

La réponse de Cavalieri à l'argument de Guldin selon lequel « un infini n'est pas en proportion ou en rapport avec un autre infini » est à peine plus convaincante. Cavalieri distingue deux types d'infini, affirmant qu'« un infini absolu » n'est effectivement pas en proportion avec un autre « infini absolu », mais que toutes les lignes et tous les plans ont un « infini relatif » et non absolu. Ce type d'infini, affirme-t-il alors, peut être (et est) en proportion avec un autre infini relatif. Comme précédemment, Cavalieri semble défendre sa méthode sur des bases techniques abstruses, recevables ou non par les autres mathématiciens. Dans un cas comme dans l'autre, son argument est sans rapport avec la véritable motivation de la méthode des indivisibles.

Mathématiques constructives ou non ?

Cette motivation est finalement dévoilée dans la réponse de Cavalieri à l'accusation de Guldin de ne pas avoir correctement « construit » ses figures. Ici, la patience de Cavalieri arrive à bout, et il laisse apparaître le fond de sa pensée. Guldin a affirmé que toutes les figures, angles et lignes d'une preuve géométrique doivent être soigneusement construits à partir des principes premiers ; Cavalieri conteste cela catégoriquement. « Pour qu'une preuve soit vraie », écrit-il, « il n'est pas nécessaire de décrire effectivement ces figures analogues, mais il suffit de supposer qu'elles ont été décrites mentalement. »

Et c'est là que réside la véritable différence entre Guldin et Cavalieri, entre les Jésuites et les partisans des indivisibles. Pour les Jésuites, le but des mathématiques est de construire un monde qui soit un lieu fixe et éternel, où l'ordre et la hiérarchie ne puissent jamais être remis en cause. C'est pourquoi chaque élément du monde doit être soigneusement et rationnellement

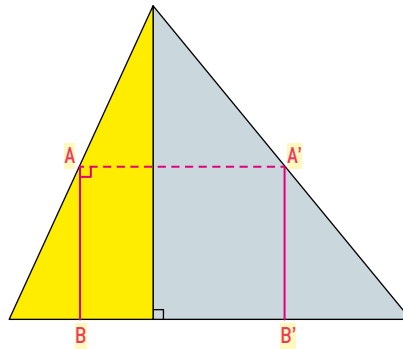
problèmes complexes de façon spirituelle et divertissante. Cavalieri fit probablement bien de suivre les conseils de son ami et de nous épargner un « dialogue » dans la prose indigeste et absconse qui le caractérisait. Et c'est ainsi que la réponse de Cavalieri à Guldin constitua le troisième « Exercice » de son dernier livre sur les indivisibles, *Exercitationes Geometricae Sex*, publié en 1647 et intitulé, assez platement, *In Guldinum* (« Concernant Guldin »).

Dans sa réponse, Cavalieri ne semble pas particulièrement troublé par la critique de Guldin. Il nie supposer que le continuum soit constitué d'un nombre infini de parties indivisibles, argumentant que sa méthode ne dépend pas de cette hypothèse. Si l'on croit que le continuum est composé d'indivisibles, alors oui, « toutes les lignes » s'additionnent pour donner une surface et « tous les plans » un volume ; mais si l'on n'admet pas que les lignes forment une surface, alors il y a sûrement quelque chose, en plus des lignes, qui constitue la surface et quelque chose, en plus des plans, qui constitue le volume. Rien de cela, soutient Cavalieri, n'a de conséquence sur la méthode des indivisibles, qui compare toutes les lignes ou plans d'une figure avec celles ou ceux d'une autre figure, indépendamment du fait que oui ou non ces éléments composent effectivement la figure.

L'argument de Cavalieri est peut-être techniquement acceptable, mais il n'en est

construit, et pourquoi le moindre soupçon de contradictions et de paradoxes ne peut être toléré. C'est une mathématique « descendante », dont le but est d'apporter rationalité et ordre à un monde autrement chaotique.

Pour Cavalieri et les autres indivisibilistes, c'est exactement le contraire : les mathématiques ont pour point de départ une intuition matérielle du monde, qui leur suggère que les figures planes sont constituées de lignes, et les volumes de plans, de la même façon qu'une toile est tissée à partir de fil et qu'un livre se compose d'un assemblage de pages. Il n'est pas nécessaire de construire ces figures par le raisonnement, parce que nous savons qu'elles existent déjà dans le monde. Il suffit d'en admettre l'existence et d'étudier leur structure interne. Si nous rencontrons des paradoxes et contradictions apparents, ils sont forcément superficiels, et



4. LA MÉTHODE DE CAVALIERI ne fonctionne pas toujours. Par exemple, l'aire du triangle jaune n'est pas égale à celle du triangle bleu, alors qu'à tout « indivisible » vertical AB du premier correspond un « indivisible » vertical A'B' de même longueur du second.

ne sont que le résultat des limites de notre compréhension. On peut soit les résoudre, soit les utiliser comme outil d'investigation. Mais ils ne devraient jamais nous empêcher d'explorer la structure interne des figures géométriques et les relations cachées entre les unes et les autres.

Pour les mathématiciens classiques tels que Guldin, la notion que l'on puisse fonder les mathématiques sur une intuition vague et paradoxale était absurde : « Qui sera le juge » de la vérité d'une construction géométrique, demande-t-il moqueusement à Cavalieri, « la main, l'œil ou l'intellect ? » Cavalieri trouvait qu'en insistant sur l'évitement des paradoxes, Guldin faisait montre d'un pédantisme vain. Selon Cavalieri, un tel ergotage risquait d'avoir de graves conséquences : si Guldin l'emportait, une méthode puissante serait perdue, et les mathématiques elles-mêmes seraient trahies. ■

Éditions du Comité des travaux historiques et scientifiques une collection complète d'instruments de travail pour la recherche en sciences humaines



**Savants et inventeurs
entre la gloire et l'oubli**
Sous la direction de Patrice Bret
et Gérard Pajonk

136 pages
21 x 27 cm
br.
23 €



**Construire la ville
Histoire urbaine de la
pierre à bâtir**
Sous la direction de Jacqueline Lorenz,
François Blary et Jean-Pierre Gély

294 pages
21 x 27 cm
ill. j. br.
35 €