

deux côtés consécutifs sont α ou $-\alpha$ et dont les longueurs des côtés sont, dans l'ordre, les entiers consécutifs 1, 2, ..., k .

La démonstration ne permet pas d'affirmer l'existence de tels polygones ne se croisant pas. On ne sait pas non plus caractériser les angles pour lesquels ces « α -golygones » existent, mais on sait que d'autres angles que ceux de la forme $(n/d) 360^\circ$ donnent parfois des α -golygones (voir le plus simple d'entre eux dans l'encadré 4).

Après ces recherches menées autour de 1990, un étonnant travail de généralisation en dimension 3 du problème des golygones s'est déroulé au premier semestre 2014.

En 3D : les golyèdres

Le 23 février 2014, Joseph O'Rourke, sur le site *Mathematics Stack Exchange* (<http://math.stackexchange.com/>), puis le 28 avril sur le site *Mathoverflow* (<http://mathoverflow.net/about>) a proposé de rechercher des polyèdres composés de cubes identiques de côté 1 (chaque face a donc une aire unité), collés par leurs faces, et dont les faces (nécessairement des carrés juxtaposés) aient pour aire 1, 2, 3, ..., n . Comme il n'y a pas d'ordre naturel sur les faces de tels polyèdres, aucune contrainte d'ordre des faces n'est imposée. Il a proposé de nommer « golyèdres » ces polyèdres. La question était donc : existe-t-il des golyèdres ? J. O'Rourke conjecturait que la réponse était négative.

Pourtant, le 30 avril 2014, Adam Goucher de *Trinity College* à Cambridge a envoyé un message sur la liste de diffusion *Math-Fun* indiquant qu'il avait trouvé un golyèdre à 32 faces (voir l'encadré 5). Dans un article publié en même temps (<http://cp4space.wordpress.com/2014/04/30/golygons-and-golyhedra/>), il donnait quelques explications sur la méthode mise en œuvre pour trouver ce premier golyèdre. Il indiquait aussi un raisonnement montrant qu'il ne peut pas y avoir de golyèdres à moins de 11 faces, et que le nombre de faces d'un golyèdre est nécessairement de la forme $4k$ ou $4k + 3$ (voir l'encadré 6). Cela laissait ouverte la question : quel est le plus petit entier n pour lequel il existe un golyèdre ayant n faces ?

D'après les contraintes démontrées sur ce plus petit entier, il ne pouvait être que l'un des nombres suivants : 11, 12, 15, 16, 19, 20, 23, 24, 27, 28, 31 ou 32.

Le 9 mai 2014, Alexei Nigin proposa un nouveau golyèdre record à 15 faces. Dix jours plus tard, sans battre le record du nombre minimal de faces, un troisième golyèdre fut découvert par Erich Friedman : il a 19 faces. La « taille » minimale d'un golyèdre ne pouvait plus être que 11, 12 ou 15.

À la grande surprise de tous, le 24 mai, A. Nigin découvrit un golyèdre à 12 faces. Ce golyèdre a une étonnante propriété : on peut le construire sans colle en posant des cubes les uns sur les autres. En effet, correctement orienté, le golyèdre se décompose en une série de piles verticales placées côte à côte, chaque pile n'étant composée que d'un cube posé sur le sol et de cubes placés directement sur lui à la verticale.

Aujourd'hui, on connaît donc quatre golyèdres et le nombre minimum de faces d'un golyèdre ne peut plus être que 11 ou 12.

Deux hypothèses sont envisageables. Soit on découvrira un golyèdre à 11 faces et le nombre minimal de faces d'un golyèdre sera donc 11. Soit un raisonnement géométrique ou un calcul établira que 11 n'est pas possible, et le minimum recherché sera donc 12.

D'autres questions restent non résolues :
– Existe-t-il des golyèdres à n faces pour tous les entiers n de la forme $4k$ et $4k + 3$ à partir de 12 ?

– Combien y en a-t-il pour chaque nombre n de faces envisageables ?

– Certains golyèdres pavent-ils l'espace ?

– Si l'on remplace les cubes accolés par des tétraèdres réguliers (ayant quatre triangles équilatéraux pour faces), existe-t-il des golyèdres de ce type ? Si oui, pour quelles valeurs du nombre de faces ? Combien ?

Dans le champ mathématique infini, on rencontre de jolies choses et des problèmes qui défient amateurs et professionnels. Ils obligent parfois à utiliser des ordinateurs, mais ces derniers, pas plus que l'intelligence des meilleurs esprits, ne détiennent de méthodes générales donnant les réponses aux questions qui s'accumulent... parfois plus rapidement que les réponses.

L'AUTEUR



J.-P. DELAHAYE est professeur émérite à l'Université de Lille et chercheur au Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille (LIFL).

BIBLIOGRAPHIE

A. Goucher, *Golygons and golyhedra*, 30 avril 2014, <http://tinyurl.com/qfphnzc>

J. O'Rourke, *Can we find lattice polyhedra with faces of area 1,2,3,...?*, 28 avril 2014, <http://tinyurl.com/noc28ne>

J. O'Rourke, *Lattice orthogonal polyhedra face-area sequences : Golyhedra ?*, 23 février 2014, <http://tinyurl.com/pnxctnq>

L. Sallows, *New pathways in serial isogons*, *The Mathematical Intelligencer*, vol. 14(2), pp. 55-67, 1992.

L. Sallows, M. Gardner, R. Guy et D. Knuth, *Serial isogons of 90 degrees*, *Mathematics Magazine*, vol. 64(5), pp. 315-324, 1991.



Retrouvez la rubrique Logique & calcul sur www.pourlascience.fr

SCIENCE & FICTION

Superman est-il une super-fourmi ?

Ce super-héros soulève des voitures, des immeubles... Pour expliquer sa force, ses créateurs ont comparé ses capacités à celle d'une fourmi qui aurait la même taille. L'argument est-il convaincant ou faut-il chercher ailleurs ?

Roland LEHOUCQ et Jean-Sébastien STEYER

La force extraordinaire de Superman est l'un de ses traits les plus connus. Sur la couverture du premier *comics* narrant ses aventures (*Action Comics*, juin 1938), il est représenté soulevant une voiture pour la projeter sur des malfaiteurs. Sa puissance musculaire n'a fait que croître au fil de ses aventures : deux ans après sa première apparition, alors que Metropolis – la ville imaginaire où se déroulent la plupart de ses actions – est ravagée par un tremblement de terre, Superman soutient un immeuble sur le point de s'effondrer, le temps que ses occupants se mettent à l'abri. Plus tard, on le verra déchirer des plaques d'acier, creuser un immense canal à mains nues ou transformer un morceau de charbon en diamant en le serrant dans son poing !

La question de l'origine de sa force se pose rapidement. Un argument sera en vogue pendant la première décennie de la carrière de Superman : « Superman est originaire d'une planète dont les habitants ont une structure physique en avance de plusieurs millions d'années sur la nôtre. À leur maturité, les êtres de sa race sont ainsi dotés d'une force extraordinaire. »

Conscient de la faiblesse de cette première explication pour un héros dont la notoriété grandissait, ses pères ont imaginé des arguments plus raffinés. Dans le numéro 58 de la revue *Superman* (paru en 1949), on trouve une explication plus physique : « Chacun sait que Superman est un être d'une autre planète,

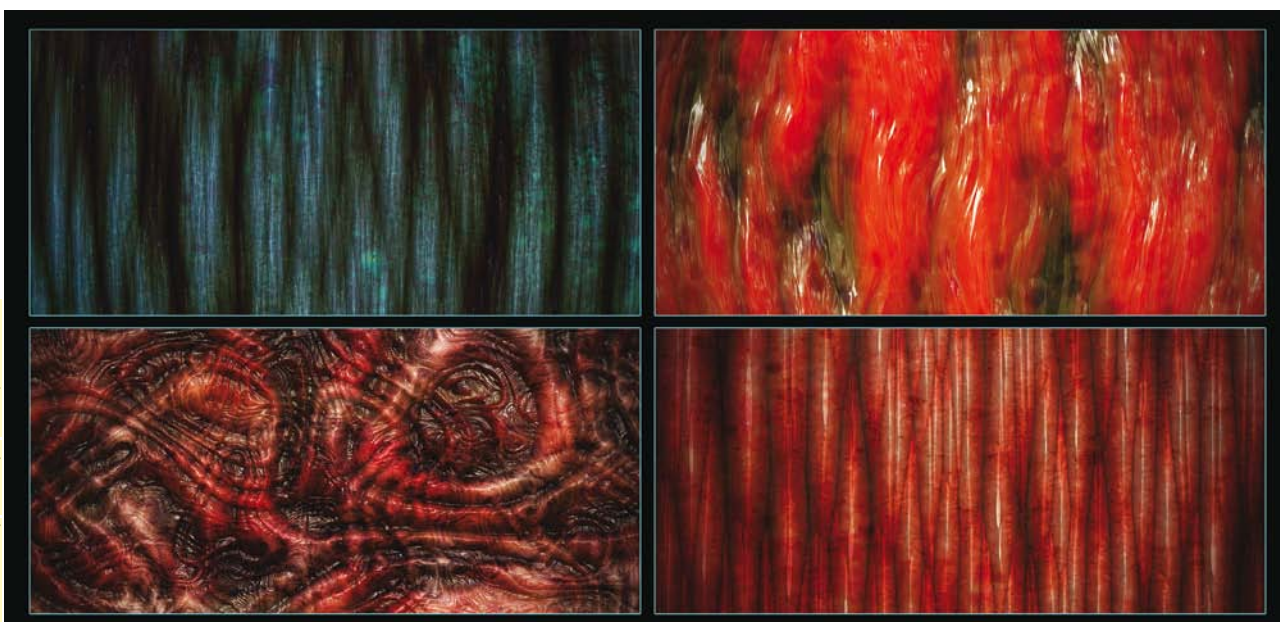


1. SUPERMAN MONTRE sa force surhumaine dès son apparition dans le premier numéro du magazine *Action Comics*, en 1938.

évoluant dans la faible gravité terrestre. Mais peu de gens savent comment la gravité affecte la force ! Si vous étiez sur un monde plus petit que le nôtre, vous pourriez sauter par-dessus de hauts bâtiments, soulever des poids énormes, reproduisant ainsi des exploits de l'Homme d'Acier ! » Les textes suivants soulignèrent encore l'importance de la différence de gravité entre la Terre et Krypton, la planète d'origine de Superman.

L'argument sonne juste : certaines disciplines sportives, comme les sauts ou l'haltérophilie, dépendent bien du poids, c'est-à-dire de l'intensité avec laquelle la gravité de la planète tire les corps vers son centre. Ainsi, sur la Lune, dont la gravité est six fois inférieure à celle de la Terre, votre performance en détente sèche serait six fois meilleure. Cependant, on peut se demander s'il est bien raisonnable que les muscles de Superman, arrivé bébé sur Terre, aient gardé la mémoire de ce qu'ils auraient été si l'Homme d'Acier était resté sur Krypton.

Un peu plus tard, une autre explication a été invoquée par ses créateurs. Dans une paire d'images intitulées « Une explication scientifique de l'étonnante force de Clark Kent [le nom d'adoption de Superman] », ils comparaient les prouesses du héros à celles des insectes : « Kent vient d'une planète dont les habitants ont une structure physique en avance de plusieurs millions d'années sur la nôtre. À l'âge adulte, les Kryptonien sont dotés d'une force titanesque. Incroyable ? Non ! Car il existe sur notre planète des êtres doués d'une force



2. LES MUSCLES DE SUPERMAN pourraient être différents de ceux des humains et conférer au super-héros une force bien supérieure. Ci-dessus, quelques exemples imaginaires de fibres musculaires.

extraordinaire. La modeste fourmi supporte ainsi des poids cent fois supérieurs au sien. La sauterelle fait des bonds dont la longueur rapportée à l'échelle humaine est équivalente à plusieurs dizaines de mètres. » Avec ce raisonnement, un homme pourrait soulever une masse 100 fois supérieure à la sienne, soit 7 à 8 tonnes, ce qui correspond aux premières performances de Superman, lequel ne serait alors qu'une super-fourmi. Cet argument extrapole une propriété d'une échelle de taille à une autre en supposant que la force d'un être est proportionnelle à sa masse. Qu'en est-il en réalité ?

La force dépend du diamètre des muscles

La force d'un muscle dépend notamment du nombre de fibres musculaires – des cellules très allongées à plusieurs noyaux nommées myocytes – qui le composent. Et elle dépend surtout du diamètre des fibres, les plus grosses étant les plus fortes. Ainsi, si un haltérophile est plus fort que vous, ce n'est pas forcément parce que ses muscles ont plus de fibres musculaires que les vôtres, mais parce que ses fibres sont plus grosses. La force qu'un muscle peut exercer est donc proportionnelle à sa section.

Les muscles humains sont capables, selon leur fonction, de produire une force comprise entre 30 et 100 newtons par centimètre carré de section. Il s'ensuit que la force n'est pas proportionnelle à la masse

corporelle. En effet, cette masse étant proportionnelle au volume, elle est proportionnelle au cube de la taille caractéristique du corps. Par ailleurs, la force développée par les membres est proportionnelle à leur section, donc au carré de la taille caractéristique du corps. On en déduit que la force physique croît proportionnellement à la puissance deux tiers de la masse corporelle. Cette loi peut être vérifiée empiriquement en se fondant sur les records d'haltérophilie.

Finalement, les plus lourds sont bien les plus forts, mais pas autant qu'on le croit. Et la force par unité de masse, qui varie comme l'inverse de la racine cubique de la masse, est par exemple à l'avantage du gymnaste, qui a souvent une masse raisonnable et est capable de performances physiques, telles que les sauts, inaccessibles à un haltérophile. En revanche, en force absolue, ce dernier dépasse de loin le gymnaste. Bien sûr, deux personnes de même masse peuvent avoir des performances physiques différentes. Notre argument ne s'applique donc qu'en moyenne, car il est possible d'augmenter sa force physique par un entraînement adéquat ou par l'utilisation de produits illicites qui augmentent la masse musculaire, donc le diamètre des fibres.

Appliquons notre relation pour estimer la force d'une fourmi à partir de celle d'un humain. Un homme moyen pèse environ 75 kilogrammes et est capable de soulever sa masse. Une fourmi de 20 milligrammes pèse 3 750 000 fois moins qu'un humain. Elle ne

peut donc, d'après notre formule, soulever qu'une masse d'environ 3 grammes, ce qui représente 150 fois sa masse. Par ce raisonnement, nous retrouvons bien l'ordre de grandeur de la performance d'une fourmi, en dépit de sa morphologie différente. La validité de notre relation montre que l'on ne peut pas expliquer la force de Superman par une simple proportionnalité et que l'explication proposée par les auteurs n'est pas la bonne.

Remarquons que notre raisonnement supposait implicitement que les fibres musculaires ont des propriétés mécaniques identiques chez l'homme et le Kryptonien. Si la force de ce dernier dépendait aussi de la longueur de la fibre [propriété qui n'a jamais été observée sur Terre], elle serait proportionnelle au volume, donc à la masse corporelle. L'argument des auteurs de Superman serait alors valable. Mais cela suppose que la physique de Superman est différente de la physique sur Terre, ce qui laisse libre cours aux hypothèses les plus débridées !

Autre piste : alors que chez l'homme, le nombre de fibres musculaires atteint un maximum à l'âge adulte et varie peu, le Kryptonien bénéficie peut-être d'un nombre croissant de fibres musculaires tout au long de sa vie. Serait-ce pourquoi sa force a augmenté au fil de ses aventures ? ■

R. LEHOUCQ est astrophysicien au CEA, à Saclay. J.-S. STEYER est paléontologue au CNRS-MNHN, à Paris.