

d'axiomes à envisager pour les doubles plis est 489. Ces deux chercheurs ont aussi établi qu'en autorisant $(n - 2)$ plis simultanés, il devient possible de résoudre n'importe quelle équation polynomiale à coefficients entiers de degré n . Cela établit que le pouvoir théorique de construction de l'origami, conçu sous sa forme la plus générale avec des plis multiples, donne tous les nombres algébriques, ce qui était inespéré.

Le théorème de la découpe unique

Dans un de ses tours, le célèbre prestidigitateur américain Harry Houdini effectuait le pliage d'une feuille de papier, donnait un coup de ciseaux et déplaçait la feuille, qui montrait alors un trou parfait en forme d'étoile à cinq branches. Le pliage qui le permet n'est pas très compliqué, mais il suggère une question que Martin Gardner posa dans un article il y a plus de 20 ans : en opérant ainsi — des pliages, puis un coup de ciseaux —, quelles formes peut-on obtenir ? La réponse est étonnante : tout dessin composé de traits rectilignes, par exemple en forme de canard ou de papillon (voir l'encadré page ci-contre).

Ce magnifique résultat de la découpe unique (*fold-and-cut theorem*) est dû aux Canadiens Erik Demaine, Martin Demaine (le père du premier) et Anna Lubiw. Il a été démontré en 1999, et la démonstration constructive décrit un algorithme qui fournit les pliages à effectuer. Depuis, divers compléments ont été apportés à cette première démonstration, conduisant à deux méthodes différentes pour savoir quel pliage faire et quel coup de ciseaux donner quand on s'est fixé le motif à obtenir.

Parmi les problèmes de pliages les plus simples, il y a celui de savoir combien de fois on peut replier une feuille de papier (ou de tissu) sur elle-même en deux par le milieu. Le problème admet deux versions : soit on autorise des plis selon une seule direction et on partira alors de préférence d'une feuille très allongée, soit on s'autorise à plier la feuille en deux selon deux axes perpendiculaires.

Il se racontait, sans qu'on sache bien d'où venait l'affirmation, que huit était le maximum possible pour ce nombre de pliages successifs en deux. Une jeune Américaine, Britney Gallivan, s'est prise de passion pour le problème. Elle a réussi à la fois à proposer une formule mathématique intéressante aidant à comprendre le problème et à pousser le record de pliage bien au-delà de tout ce qu'on imaginait possible. Après avoir plié une feuille d'or 12 fois en deux sur elle-même selon deux directions, la jeune fille encore élève au collège se procura un rouleau de papier toilette de 1 200 mètres de long et put le replier en deux sur lui-même 12 fois de suite dans une même direction.

B. Gallivan a étudié soigneusement le problème physico-géométrique de ce type de pliages. Contrairement à ce qu'on serait tenté de penser, pour augmenter le record d'une unité avec une bande d'épaisseur fixée, il ne faut pas une bande deux fois plus longue, mais une bande environ quatre fois plus longue. En effet, quand on plie la bande déjà pliée, une partie notable de la bande sert à joindre les parties horizontales.

Pliages limités par l'épaisseur du papier

La formule démontrée par B. Gallivan pour la longueur L perdue dans ces morceaux servant à raccorder les parties horizontales du pliage est :

$$L = e \pi [2^n + 4] (2^n - 1)/6,$$

où e est l'épaisseur du papier et n le nombre de plis effectués. On voit que L est à peu près quadruplée quand n augmente d'une unité.

Bien d'autres aspects du pliage sont aujourd'hui à l'étude. On découvre que derrière ces problèmes géométriques d'apparence simple se cachent des mathématiques merveilleuses concernant bien sûr la géométrie, mais aussi la théorie des nombres, l'algèbre, l'algorithmique et la théorie de la complexité. On est loin d'avoir fait le tour du sujet, qui prend une ampleur étonnante : les actes du congrès de 2011 sur l'origami, organisé par l'Université de Singapour, réunissent une cinquantaine de communications occupant 654 pages !

L'AUTEUR



J.-P. DELAHAYE est professeur émérite à l'Université de Lille et chercheur au Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille (LIFL).

BIBLIOGRAPHIE

R. Lang, *Origami Design Secrets, Mathematical Methods for an Ancient Art*, CRC Press [2^e édition], 2012.

J. O'Rourke, *How to Fold it, The Mathematics of Linkage, Origami and Polyhedra*, Cambridge University Press, 2011.

E. Demaine et J. O'Rourke, *Geometric Folding Algorithms*, Cambridge University Press, 2007.

R. Alperin et R. Lang, *One-, two-, and multi-fold origami axioms*, *Origami*, vol. 4, pp. 371-393, 2006.

Références supplémentaires sur le site www.pourlascience.fr



Retrouvez la rubrique Logique & calcul sur www.pourlascience.fr

SCIENCE & FICTION

Yoda, un amphibien d'une galaxie lointaine est-il ?

Figure emblématique de la saga Star Wars, Yoda incarne la sagesse et le côté lumineux de la Force. Ses origines restent néanmoins obscures. À quelle espèce pourrait-il appartenir ?

Jean-Sébastien STEYER et Roland LEHOUCQ

Les producteurs de l'épisode VII de *Star Wars* (dont la sortie est prévue pour décembre 2015) ont annoncé son titre officiel, qui sera « Le réveil de la Force » (*The Force Awakens*). Les fans sont d'autant plus ravis qu'ils retrouveront Harrison Ford dans le rôle de Han Solo, mais aussi R2D2 et Chewbacca. En revanche, le mystère demeure sur Maître Yoda, pourtant l'un des personnages les plus adulés de la saga.

Les producteurs entretiennent le mythe de ce petit personnage dont on ne connaît ni l'origine ni la véritable identité, contrairement aux autres héros qui sont assez fouillés. Même dans l'univers étendu ou sur les sites spécialisés – tels que la *Star Wars Databank* –, Yoda est répertorié avec la mention « espèce inconnue ». Menons l'enquête. En comparant sa morphologie à celle des animaux terrestres, essayons de deviner à quelle espèce Yoda pourrait appartenir.

Que sait-on de lui ? Haut comme trois pommes, vert de peau et d'un âge avancé, Yoda est un concentré de Force et de sagesse qui en fait l'un des personnages les plus importants de l'univers *Star Wars*. Empathique, clairvoyant et à la syntaxe originale (toujours en dernier le verbe il met), il combat le côté obscur de la Force. Yoda apparaît pour la première fois à l'écran en 1980 dans *L'Empire contre-attaque* (Épisode V). Il vit alors reclus sur la planète Dagobah jusqu'à l'arrivée de Luke Skywalker qui vient parfaire son apprentissage de Jedi à ses côtés.



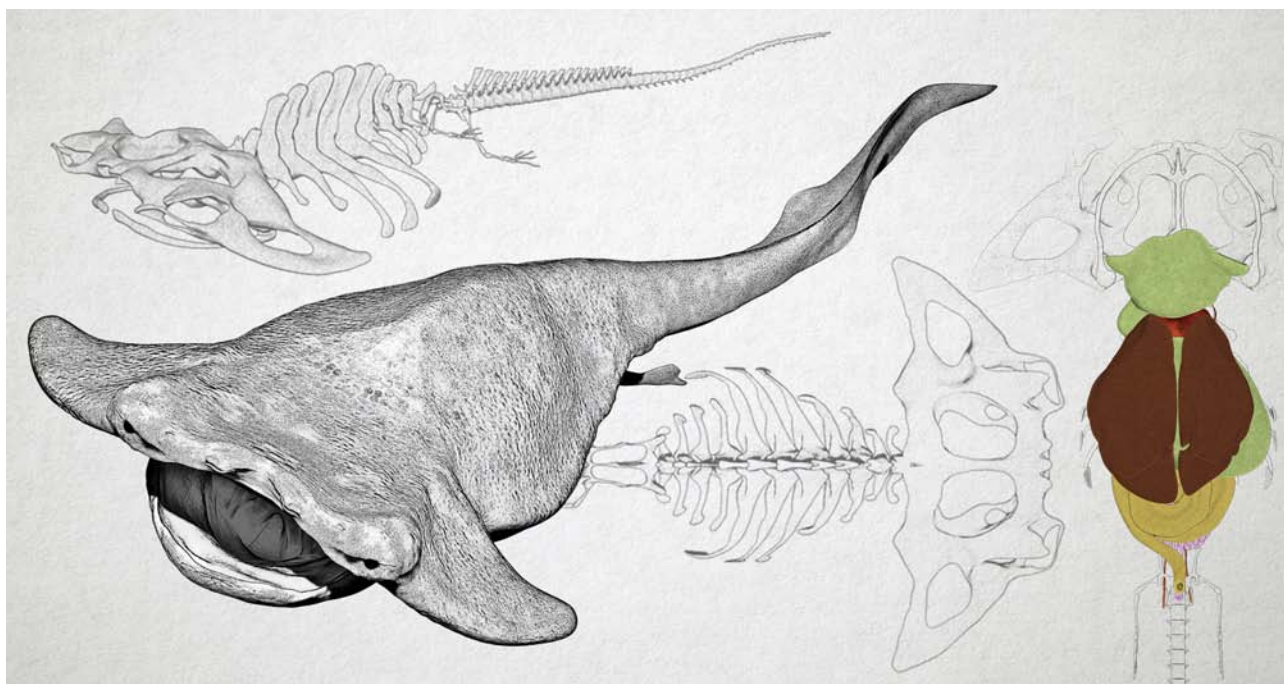
LA NATURE DE YODA, un des héros de la saga *Star Wars*, reste un mystère. D'après ses concepteurs, les yeux sont inspirés du regard d'Albert Einstein, mais d'autres indices pointent vers les caractères d'un amphibien.

Avant l'ère du numérique, Yoda était une marionnette complexe et articulée conçue par le talentueux sculpteur Stuart Freeborn. Le père de Yoda peut-il nous renseigner sur l'identité de sa créature ? Dans une interview de l'époque, il avoue s'être inspiré d'Albert Einstein pour les yeux...

Certes, le regard vif et profond du Jedi peut évoquer celui du physicien, mais ses grands yeux à moitié fermés, son menton poilu et son front dégarni rappellent plutôt ceux d'un vieux maître en art martial. D'ailleurs, certains voient dans le terme « Yoda » un dérivé de yoga ; d'autres se tournent vers le sanscrit, *yoda* signifiant « guerrier », ou encore vers l'hébreu *yodea*, « celui qui sait ». Dans le même entretien, le marionnettiste Frank Oz, qui tirait les ficelles et animait Yoda, précise : « Je pouvais voir [en lui] de la patience, de l'intelligence, de la sagesse et de la force. J'étais simplement la personne qui mélangeait tous ces ingrédients dans un être crédible et chaleureux. »

Les artistes à l'origine du personnage nous en apprennent peu sur son identité... Tournons-nous plutôt vers son anatomie : ce « petit homme vert » d'une soixantaine de centimètres de haut, modestement vêtu, présente des jambes et des bras robustes terminés par des doigts boudinés et griffus. Sa tête volumineuse, légèrement allongée vers l'arrière, arbore de grandes oreilles pointues et latéralisées, des yeux brun clair avec des paupières, un nez et des narines externes discrètes, ainsi qu'une petite

© Lucasfilm Ltd. & TM. Tous droits réservés.



ET SI YODA ÉTAIT APPARENTÉ À *BENTHOGYRINUS*, un amphibien géant et imaginaire, présenté ici sous forme de planche anatomique ?

bouche munie de dents. Yoda possède donc tous les caractères (anthropomorphisés, certes !) du tétrapode, c'est-à-dire du vertébré muni de membres chiridiens (en l'occurrence des doigts).

Sur Terre, les tétrapodes regroupent les amphibiens, les reptiles (oiseaux inclus) et les mammifères, soit 30 000 espèces environ. Aquatiques, amphibies, terrestres ou volants, ils occupent des écosystèmes variés. L'habitat de Yoda peut-il nous renseigner sur son identité ? À défaut de connaître son monde d'origine, penchons-nous sur Dagobah, sa planète d'adoption : c'est une planète tellurique dont l'atmosphère est assez riche en dioxygène pour que Luke Skywalker puisse respirer et dont la pression et la température permettent à l'eau d'y être présente à l'état liquide. Dagobah est recouverte de marécages brumeux. Les formes de vie les plus visibles sont végétales, sans doute des plantes dont la structuration semble assez complexe. Yoda paraît bien adapté au climat chaud et humide de Dagobah ainsi qu'à son écosystème marécageux.

Sur Terre, les tétrapodes adaptés à de tels environnements d'eau douce et de climat tropical sont notamment les amphibiens, représentés aujourd'hui par les anoues (grenouilles, crapauds), les urodèles (salamandres, tritons) et, plus discrets, les gymnophiones (ou « apodes » car ils ont perdu leurs pattes), soit environ

5 500 espèces. La plupart des amphibiens adultes sont munis de poumons, mais respirent aussi grâce à leur peau lisse et visqueuse. Yoda a des poumons (il a des narines et une cage thoracique), mais il ne semble pas respirer par la peau, sinon il ne serait que rarement vêtu !

Le Maître Jedi serait-il un amphibien ? Le fait qu'il porte des griffes n'est pas incompatible avec cette idée : de nombreux amphibiens actuels, tels le crapaud *Xenopus laevis* ou la grenouille *Astylosternus perreti*, sont munis de griffes qui leur permettent de creuser, de se défendre ou de saisir la femelle pendant l'accouplement. Les griffes d'*Astylosternus perreti* sont même rétractiles et constituées d'os pointus qui sortent en transperçant parfois la peau, un peu comme chez Wolverine dans *X-men*.

Des doigts de grenouille

Le nombre de doigts de Yoda pourrait nous aider à l'identifier. Le nombre d'orteils varie selon les films (trois dans l'*Épisode I*, quatre dans les autres), mais le Jedi a toujours trois doigts aux membres antérieurs, comme les oiseaux, les rhinocéros ou encore le cheval (qui, même s'il se déplace sur un gros doigt, en a deux autres sur les côtés, très régressés). Signalons que les rhinocéros et chevaux sont des mammifères périssodactyles, c'est-à-dire caractérisés par un nombre impair de doigts à l'arrière terminés par des

sabots. Yoda présente-t-il des sabots ? Non. Des ailes ? Non plus. Notons que certains dinosaures, proches justement des oiseaux, présentaient eux aussi trois doigts à l'avant. C'est le cas d'*Allosaurus fragilis*, théropode du Jurassique, mais aussi de certains amphibiens, encore eux ! *Brachycephalus tridactylus*, comme son nom l'indique, est une petite grenouille du Brésil dont chacune des quatre pattes est dotée de trois doigts.

Yoda serait donc un amphibien. Il devrait alors pondre et se reproduire dans l'eau. George Lucas, producteur des deux premières trilogies *Star Wars*, est hélas resté très pudique sur la sexualité du vieux sage. Dans *La Menace Fantôme* (Épisode I), où de nombreuses espèces extraterrestres sont présentes au Sénat galactique (avec un clin d'œil à E. T. de Spielberg), on distingue tout de même Yaddle qui n'est autre qu'une Yoda version femelle. Nous en déduisons donc que l'espèce se propage bien par reproduction sexuée.

Amphibien ou pas, espérons que le prochain opus nous éclairera sur ce sujet. En attendant, dans le documentaire *From Puppets to Pixels*, George Lucas, grand fan du *Muppet Show*, donne peut-être la solution sur l'origine de Yoda : « c'est une grenouille, le fils illégitime de Peggy la cochonne et de Kermit » !

J.-S. STEYER est paléontologue au CNRS-MNHN, à Paris. R. LEHOUCQ est astrophysicien au CEA, à Saclay.