

Brunet a suivi et influencé les évolutions et les perfectionnements du logiciel, produisant des images qui étonnent Jesse lui-même.

Une partie importante des images de Jérémie Brunet est obtenue par la méthode d'hybridation. Il combine deux à six formules selon des « rythmes » variés. Cette méthode permet de considérer plusieurs fractales de base et de les combiner (*voir les figures ci-dessous*). Le choix des paramètres de rendu transforme ces objets en œuvres. Jérémie Brunet est aussi connu pour ses films, promenades dans le monde des fractales 3D (www.youtube.com/user/bib993). Et les sculptures qu'il réalise en utilisant les techniques de l'impression 3D permettent de toucher les nouvelles formes mathématiques (www.shapeways.com/shops/3dfractals).

La précision, la délicate unité résultant de l'utilisation d'un même algorithme mathématique dans toutes les parties de l'œuvre, les subtiles répétitions approximatives de structures complexes, la disposition de tout cela dans l'espace en respectant les règles de la perspective et l'ajout d'une série soigneusement choisie d'effets photographiques, tout cela est inconcevable sans machine.

Trois étapes de création

Le travail à l'origine des images fractales se décompose en trois étapes.

La première est celle des formules et des procédés de calcul. L'agilité et l'expertise mathématiques sont à l'œuvre : il a fallu attendre 2009 pour que des formules produisant des structures fractales

tridimensionnelles pleinement satisfaisantes soient élaborées.

La seconde étape est celle, informatique, de la mise au point et du perfectionnement des techniques de visualisation, et de leur programmation. Pour obtenir de bons rendus, il faut non seulement s'appuyer sur les formules et procédés mathématiques découverts dans la première étape, mais aussi utiliser des algorithmes de représentation en trois dimensions, dont certains doivent être adaptés ou réinventés.

Ainsi, en infographie, pour obtenir de bons rendus, on décompose souvent les éléments d'une scène en triangles très nombreux tirés des équations des faces ou des surfaces qui délimitent les objets présents. Or ce n'est pas possible directement avec les images fractales 3D, car les objets qu'on cherche à figurer se présentent

d'images fractales

On peut par exemple utiliser la règle :

$$(x, y, z) \rightarrow f(x, y, z) \rightarrow g(f(x, y, z)) \rightarrow f(g(f(x, y, z))) \rightarrow \dots$$

Des schémas d'utilisation plus complexes, du type $(f, f, g, g, \dots)$, $(f, g, f, f, g, f, f, g, \dots)$, etc., ouvrent d'autres possibilités. En voici quelques-unes :

- L'éponge de Menger $(f, f, f, f, \dots)$, ou M (*image a*).
- La fractale 3D de Sierpinski $(g, g, g, g, \dots)$, ou S (*image b*).

- L'hybride MSMS...

$(f, g, f, g, \dots)$ (*image c*).

- L'hybride SMSM...

$(g, f, g, f, \dots)$ (*image d*).

- L'hybride SMMSMM...

$(g, f, f, g, f, f, \dots)$ (*image e*).

- L'hybride MSSMSS...

$(f, g, g, f, g, g, \dots)$ (*image f*).

Selon une autre hybridation, à partir de deux fonctions donnant des fractales, on construit une troisième avec la fonction $h = \alpha f + (1 - \alpha)g$ (avec α compris

entre 0 et 1). En faisant varier le paramètre α , on passe continûment de la fractale associée à f à celle associée à g . Le livre *L'art fractal. Aux frontières de l'imagerie* de Jérémie Brunet utilise de nombreuses hybridations.

Parmi les logiciels permettant de créer des images fractales 3D, citons : *Apophysis* (<http://apophysis.org/>), *Incendia* (<http://www.incendia.net/>),

Fragmentarium (<http://syntopia.github.io/Fragmentarium/>), *Mandelbulb3D* (<http://mandelbulb.com/>), *Mandelbulber* (<http://sourceforge.net/projects/mandelbulber/>), *Ultrafractal* (<http://www.ultrafractal.com/>), *Xenodream* (<http://www.xenodream.com/>).

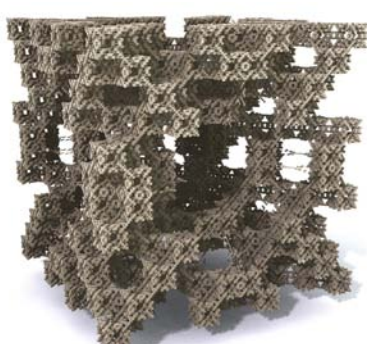
D'autres informations sont disponibles sur www.fractalforums.com.

d



Hybride SMSM

e



Hybride SMMSMM

f



Hybride MSSMSS



ŒUVRES D'ART MATHÉMATIQUES.

L'auteur de ces réalisations 3D de fractales, Jérémie Brunet, est aujourd'hui l'un des principaux artistes « fractalistes ». Depuis son plus jeune âge, ce Français est passionné par ce type de créations, ce qui l'a conduit à en suivre les développements. En particulier, depuis 2009, année de la découverte de procédés nouveaux pour créer des fractales en trois dimensions, il a produit des œuvres qui ont été exposées dans le monde entier. Il vient de publier un livre, mais il réalise aussi de nombreux films, des sculptures et des bijoux.



le plus souvent comme de simples ensembles de points dont on ignore tout des faces qui les délimitent. Les fractales 3D sont en effet souvent définies comme des ensembles de voxels (l'équivalent des pixels de la dimension 2). On itère un calcul en partant des coordonnées du voxel :

$$(x, y, z) \rightarrow f(x, y, z) \rightarrow f(f(x, y, z)) \rightarrow \dots$$

et, selon le comportement de la suite obtenue, on en déduit si le voxel appartient à la fractale. On utilise aussi cette suite pour fixer la couleur. Ce mode de définition impose des méthodes particulières de représentation. La qualité de la programmation est aussi importante et la quantité de calcul pour arriver à une image satisfaisante contraint parfois à faire des approximations : on développe donc un ensemble de techniques spécifiques aux dessins de fractales 3D.

La troisième étape est celle de la production d'images, de films ou de sculptures. C'est l'étape créative. Parfois, l'artiste profitera d'un artefact des calculs pour obtenir une image encore plus étrange que celle de la réalité mathématique. C'est l'analogue des photos brouillées, des tirages surexposés ou des éclats lumineux parasites que les photographes exploitent délibérément pour produire des images singulières.

Une conception globale

Notons bien (peut-être est-ce ce qui dérange ?) que la conception d'une image par l'artiste ne se fait pas pixel par pixel comme pour une peinture où l'artiste dépose progressivement les pigments sur sa toile par petites quantités. La conception ici est globale, l'artiste ne sait pas toujours précisément ce qu'il va obtenir, mais il sait que telle modification produit tel effet, que choisir les éclairages selon telle méthode donne une certaine atmosphère, que telle palette de couleurs convient, etc. Il sait aussi reconnaître une zone prometteuse et s'en approcher.

N'oublions pas que l'exploration des fractales 3D est un jeu à quatre degrés de liberté principaux : les trois directions de l'espace habituel et le grossissement. En réalité, à côté de ces quatre paramètres

principaux, il y a aussi ceux de l'orientation du regard (deux paramètres), ceux de la couleur et des effets de matière (faire en sorte que la fractale semble en or, par exemple), ceux de l'éclairage, ceux de la transparence, et ceux spécifiques à chaque forme fractale qu'on explore, et ils peuvent être nombreux.

Le travail fait autour des fractales, et en particulier des fractales 3D, est un travail scientifique. On explore des objets mathématiques et on en crée. On tente donc de connaître un domaine mathématique. On met au point des outils, algorithmes et programmes permettant d'y accéder et de mieux le percevoir et le comprendre. Ce travail mathématique et scientifique est très éloigné du travail habituel. L'essentiel des efforts n'est pas de démontrer des théorèmes (il y en a, mais tout ne tourne pas autour d'eux), mais de trouver des structures esthétiques. Les mathématiciens affirment être attachés à la beauté des démonstrations, des théories et des objets qu'ils manipulent, mais leurs visions ne sont pas celles de l'art fractal.

La communauté de l'art fractal communique par des réseaux sociaux et des forums (www.fractalforums.com/), plus que par des articles scientifiques. De tels articles sont tout de même présents dans les revues et les conférences d'infographie, mais ils traitent principalement des méthodes générales de représentation. Les échanges se font principalement par la publication d'images et de films sur des sites internet tels que *DeviantArt* (www.deviantart.com/) ou *Flickr*.

Assez peu d'argent tourne autour de tout cela ; pratiquement tout est fait pour le plaisir et l'échange social, et il n'y a guère de postes académiques liés, le travail fait ne s'insérant pas dans les disciplines traditionnelles.

Il n'y a pas qu'une seule façon de faire des mathématiques, qui serait la méthode définition-théorème-démonstration. Explorer l'univers des formules à la recherche de celles qui produisent des effets extraordinaires, ou un important rapport entre complexité apparente et complexité des formules en est une autre. Répertoire les méthodes, comprendre pourquoi elles

L'AUTEUR



J.-P. DELAHAYE est professeur émérite à l'Université de Lille et chercheur au Centre de recherche en informatique, signal et automatique de Lille (CRISTAL).

BIBLIOGRAPHIE

J. Brunet, *L'art fractal. Aux frontières de l'imaginaire*, Pole, 2014.

M. Hvidtfeldt, *blog Syntopia* (donne de précieuses informations techniques), 2014, <http://blog.hvidtfeldts.net/>

J. Leys, articles sur le site *Images des Maths*, 2010 : *Un ballon de foot fractal*, <http://images.math.cnrs.fr/Un-ballon-de-foot-fractal.html> *Mandelbox*, <http://images.math.cnrs.fr/Mandelbox.html> *Mandelbulb*, <http://images.math.cnrs.fr/Mandelbulb.html>

C. Pöppe, *Du relief pour les fractales, Pour la Science* n° 395, septembre 2010.

B. Mandelbrot, *Fractals and an art for the sake of science*, *Leonardo*, supplemental issue, pp. 21-24, 1989.