



## De la Joconde aux tests ADN, jusqu'où ira la chimie ?

Stéphane Sarrade

Réf.74650884

Surveillance de notre santé, traque des polluants de notre environnement, détection des fraudes alimentaires, résolution d'affaires criminelles... : jusqu'où donc ira la chimie analytique ? Pour autant, peut-on tout mesurer ?

Éditions Le Pommier 2015  
128 pages – 7,90 € - 978-2-7465-0884-2



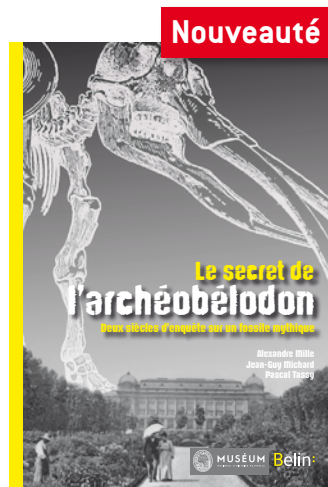
## Le robot, meilleur ami de l'homme ?

Rodolphe Gelin

Réf.74650883

Quel chemin reste-t-il à parcourir aux chercheurs en robotique pour que les robots humanoïdes, censés nous aider dans notre vie quotidienne, deviennent de véritables compagnons ?

Éditions Le Pommier 2015  
128 pages – 7,90 € - 978-2-7465-0883-5



Nouveauté

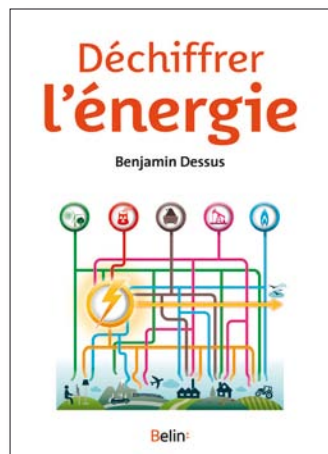
## Le secret de l'archéobélon

Alexandre Mille,  
Jean-Guy Michard  
et Pascal Tassy

Réf.70119298

Ce livre raconte 200 ans d'enquête passionnante par le Muséum d'histoire naturelle, pour reconstituer l'animal à qui appartenait une dent découverte en 1804, puis pour déterminer qui était vraiment son propriétaire, un mastodonte, ancêtre de l'éléphant, ayant vécu il y a plusieurs millions d'années.

Éditions Belin 2015  
224 pages – 23 € - 978-2-7011-9298-7



## Déchiffrer l'énergie

Benjamin Dessus

Réf.70116440

Par l'un des meilleurs spécialistes du sujet, voici une synthèse unique, richement illustrée de graphes et schémas explicatifs, pour s'y retrouver dans l'avalanche de chiffres et de données et comprendre les enjeux cruciaux de la transition énergétique.

Éditions Belin 2014  
384 pages – 29,90 € - 978-2-7011-6440-3

# BON DE COMMANDE

À retourner accompagné de votre règlement à :

Groupe Pour la Science • 628 avenue du Grain d'Or • 41350 Vineuil

☐ **Oui, je commande les livres** présentés dans la sélection de *Pour la Science*. Je reporte les titres, prix et références à 6 chiffres correspondant aux ouvrages choisis :

| Titre                                         | Réf. | Prix |
|-----------------------------------------------|------|------|
|                                               |      | €    |
|                                               |      | €    |
|                                               |      | €    |
|                                               |      | €    |
|                                               |      | €    |
| Frais de port (4,90 € France – 12 € étranger) |      | + €  |
| <b>Total à régler</b>                         |      | = €  |

### J'indique mes coordonnées :

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Adresse : \_\_\_\_\_

C.P. : \_\_\_\_\_ Ville : \_\_\_\_\_

Pays : \_\_\_\_\_ Tél. : \_\_\_\_\_

E-mail : \_\_\_\_\_

@ \_\_\_\_\_

\*pour recevoir la newsletter Pour la Science (à remplir en majuscules).

### Je choisis mon mode de règlement :

☐ par chèque à l'ordre de *Pour la Science*

☐ par carte bancaire

Numéro \_\_\_\_\_

Date d'expiration \_\_\_\_\_

Cryptogramme \_\_\_\_\_

Signature obligatoire



En application de l'article 27 de la loi du 6 janvier 1978, les informations ci-dessus sont indispensables au traitement de votre commande. Elles peuvent donner lieu à l'exercice du droit d'accès et de rectification auprès du groupe *Pour la Science*. Par notre intermédiaire, vous pouvez être amené à recevoir des propositions d'organismes partenaires. En cas de refus de votre part, merci de cocher la case ci-contre ☐.

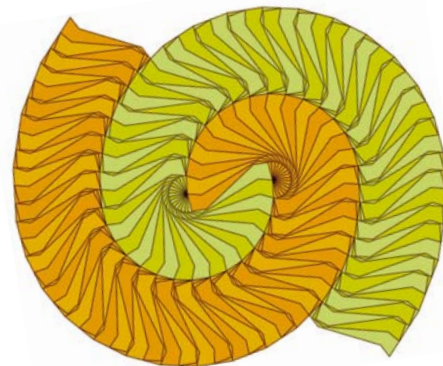
Tous ces livres sont également disponibles en librairie.

## LOGIQUE & CALCUL

### Le défi de la sixième couronne

*Une figure plane peut-elle paver une grande surface sans qu'il lui soit possible de paver le plan tout entier ? Ce problème dit de Heesch est posé depuis 1968.*

Jean-Paul DELAHAYE



Les mathématiciens s'intéressent aux pavages du plan par des formes géométriques aussi simples que possible. Ils les classent en considérant leur symétrie, conçoivent des algorithmes qui en découvrent de nouveaux, étudient les formes n'autorisant que des motifs apériodiques, etc. À côté de ces problèmes classiques, certains traitent non pas ce qui se passe sur le plan entier, mais ce qui se passe localement autour d'un point ou d'un pavé : ce sont les problèmes d'entourages. Nous en présenterons deux. Le premier est

aujourd'hui résolu. Le second, malgré des progrès réguliers, reste mystérieux.

Commençons par une énigme élémentaire en apparence. On se donne une forme plane, un pavé  $P$ . Pouvons-nous l'entourer totalement d'une couronne composée de copies de  $P$ , en ne laissant aucun espace libre entre les différents pavés utilisés ? Quel est le nombre minimal de copies de  $P$  nécessaire à un tel entourage ?

Un pavé carré s'entoure sans mal de six carrés identiques (ci-dessous,  $a$ ), et c'est le minimum ; mieux, tout rectangle (non carré !) s'entoure de quatre copies de lui-même ( $b$ ) ;

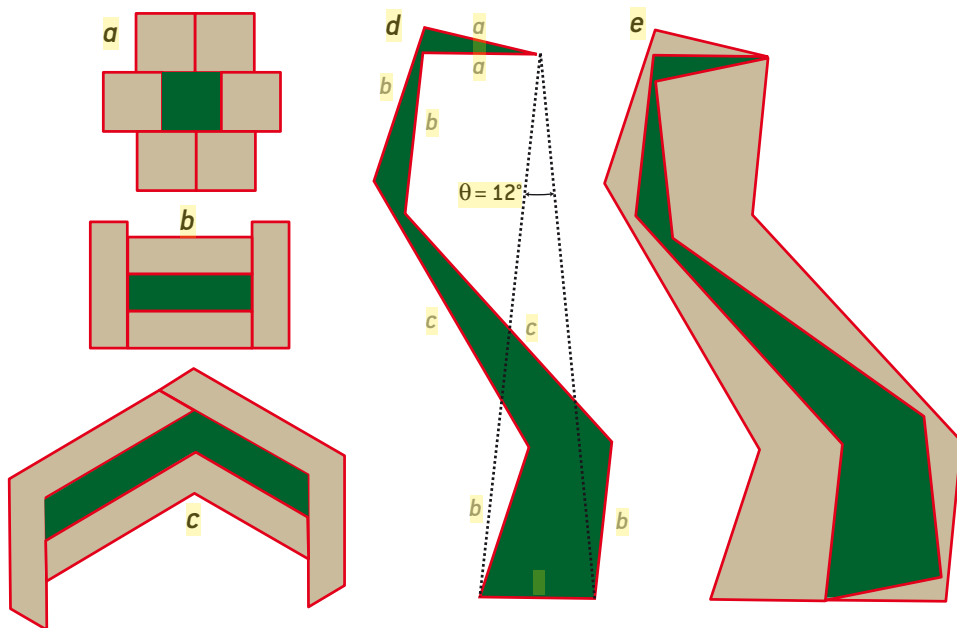
mieux encore, certains pavés s'entourent avec seulement trois copies d'eux-mêmes ( $c$ ).

Évitons tout malentendu sur le mot couronne. La couronne qui entoure un pavé  $P$  doit avoir une certaine épaisseur non nulle  $e$  : la distance minimum entre un point extérieur aux pavés et un point du pavé central  $P$  doit toujours être supérieure à  $e$ . Des pavés autour d'un pavé  $P$  (ou d'un ensemble  $E$  de pavés) sont considérés comme une couronne pour  $P$  (ou pour  $E$ ) si la suppression d'un seul pavé de la couronne met en contact l'extérieur de la zone pavée avec le pavé central (ou avec  $E$ ).

#### PEUT-ON ENTOURER PARFAITEMENT

un pavé avec des copies de lui-même ?

Le dessin  $a$  montre un pavé carré entouré par une couronne de six carrés ; pour un rectangle, quatre copies suffisent ( $b$ ). Certains pavés sont entourés en n'utilisant que trois exemplaires d'eux-mêmes ( $c$ ). Peut-on trouver un pavé dont deux copies suffisent à lui composer une couronne d'épaisseur non nulle ? Le problème a été résolu par Casey Mann, qui a utilisé une famille de pavés découverts en 1936 par Heinz Voderberg. Le polygone à neuf côtés de Voderberg ( $d$ ) pave le plan de manière périodique, mais aussi en formant une spirale (ci-dessus, à côté du titre). Deux copies du pavé de Voderberg peuvent l'entourer ( $e$ ), et même entourer deux exemplaires collés du pavé ( $f$ ). Cependant, la couronne ainsi formée est infiniment mince en deux points, ce qui n'est pas satisfaisant. Casey Mann a corrigé ce défaut en modifiant la forme du pavé de Voderberg ( $g, h$  et  $i$ ).



Pour savoir s'il est possible d'entourer un pavé  $P$  par une couronne de deux pavés  $P$ , prenez un papier et un crayon et essayez ! (Voir la figure ci-dessous si vous n'y parvenez pas.)

## Le pentagone de Heesch : une seule couronne

Le second problème d'entourage qui va nous occuper a pour origine un petit ouvrage allemand publié en 1968, où le mathématicien Heinrich Heesch (1906-1995) formulait une remarque inattendue. Il présentait un pentagone dont les angles sont  $90^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $150^\circ$  et  $60^\circ$  et ayant l'étrange propriété suivante : une copie du pentagone de Heesch s'entoure parfaitement, sans chevauchement ni espace laissé vide, par six, sept ou huit copies de lui-même formant une couronne, et pourtant il est impossible de réaliser une seconde couronne autour de la première. On vérifie sans mal que les exemples  $a$ ,  $b$  et  $c$  de la figure ci-dessous n'ont pas cette propriété : dans chaque cas, il est possible de construire une seconde couronne autour de la première, et même une troisième, ainsi de suite.

Le pentagone de Heesch réussit donc à paver parfaitement une certaine aire du plan, mais celle-ci est limitée et il est

impossible de prolonger le pavage partiel pour rendre l'entourage plus épais (voir la figure page 80).

Prouver qu'on ne peut pas faire de deuxième couronne exige un raisonnement rigoureux où il faut énumérer soigneusement un grand nombre de cas. Pour se convaincre du résultat, le plus simple est de découper des pavés en carton et d'essayer ; au bout de quelques minutes, vous n'aurez plus aucun doute sur l'impossibilité d'une seconde couronne ! Bien sûr, aujourd'hui, on s'aidera aussi de programmes informatiques qui feront systématiquement les essais de construction et garantiront l'impossibilité d'une nouvelle couronne sans trop de fatigue... pour le mathématicien.

En réalité, le pavé de Heesch n'était pas le premier. On s'est en effet aperçu qu'un pavé proposé en 1928 par le mathématicien allemand Walther Lietzmann, qui a la forme d'une goutte d'eau, a la même propriété. On peut l'entourer avec six copies, mais la couronne ainsi faite est impossible à entourer une seconde fois (figure page 80,  $b$ ).

On s'est alors demandé si l'on pouvait faire mieux : trouver des pavés admettant non plus une couronne, mais deux, voire plus, sans pour autant que le pavage du plan entier soit possible.

Cela conduit à la définition suivante : le nombre de Heesch d'un pavé  $P$  est égal à  $n$  si  $P$  s'entoure parfaitement de  $n$  couronnes d'épaisseur non nulle et faites de copies de  $P$ , mais ne peut pas l'être par  $(n+1)$  couronnes.

Si aucune couronne n'est faisable, le nombre de Heesch est 0. Lorsqu'un pavé  $P$  peut être entouré de  $n$  couronnes pour tout  $n$ , le nombre de Heesch de  $P$  est infini.

Plus le nombre de Heesch est grand, plus la surface pavable par le pavé est grande. Le problème est l'étude des formes qui réussissent à paver de grandes surfaces sans paver tout le plan.

## Pavés dont le nombre de Heesch vaut 1

Les figures ayant un nombre de Heesch égal à 1 sont toutes intéressantes, et en trouver demande astuce et imagination. Le Japonais Yoshio Agaoka a découvert en 2005 une forme régulière symétrique ayant un nombre de Heesch égal à 1. C'est le polygone convexe à sept côtés, un heptagone, dont les angles sont  $60^\circ$ ,  $160^\circ$ ,  $160^\circ$ ,  $100^\circ$ ,  $100^\circ$ ,  $160^\circ$  et  $160^\circ$  (figure page 80,  $c$ ).

On démontre qu'un heptagone convexe ne peut pas paver le plan tout entier. L'heptagone de Agaoka, notons-le HA, a donc un

