

L'un des résultats annexes obtenus par la solution calculée est que le meneur de jeu (celui qui distribue les cartes) est favorisé par rapport à son adversaire dans une partie de poker HULHE : sur le long terme et si c'était toujours le même joueur qui distribuait les cartes, il serait certain de gagner de l'argent. C'est conforme à ce que les professionnels du jeu pensaient depuis longtemps : celui qui parle en premier est désavantagé.

Des calculs massifs

L'analyse du jeu a été un énorme travail mathématique et informatique. Les diverses équipes étudiant le poker ont récemment introduit de nouvelles méthodes cruciales pour réussir. En particulier, la méthode

permettant de calculer les solutions pour des règles de jeux qui amènent un très grand nombre de situations de jeu a été mise au point il y a moins de dix ans.

Cette méthode a pour nom CFR, pour « Counterfactual Regret Minimization ». L'idée est de faire jouer un programme contre lui-même et de faire évoluer les probabilités de choix qu'il calcule pour chaque point de décision en fonction des succès et échecs obtenus lors de parties simulées. Depuis son introduction en 2007, cette méthode a permis d'étudier des jeux dont le nombre de points de décision a été de plus en plus grand. Un poker simplifié ayant $3,8 \times 10^{10}$ situations de jeu a pu ainsi être traité en 2012, ouvrant la porte au calcul de la solution pour le jeu réel HULHE qui en comporte presque 10 000 fois plus.

Comme pour le calcul effectué afin de prouver que 16 données ne garantissent jamais une solution unique pour un problème de sudoku 9×9 (voir *Pour la Science de janvier 2015*), ce qui a été fait est aux limites de ce qui est techniquement envisageable aujourd'hui. Pour déterminer leur solution optimale à epsilon près, l'équipe de Michael Bowling a lancé un travail informatique sur un réseau de 200 machines disposant chacune de 32 gigaoctets (32 milliards de fois 8 bits) de mémoire vive et d'un disque d'un téraoctet (mille milliards de fois 8 bits). Le jeu a été divisé en 110 565 sous-jeux. Chaque itération de l'algorithme CFR exigeait 61 minutes. Les 1 579 itérations requises ont pris deux mois pour l'ensemble du dispositif. Le calcul total équivalait à 900 années de fonctionnement d'une machine à un seul cœur.

poker à trois cartes (poker AKQ)

Calcul des stratégies optimales

GAINS	A_1/B_2	A_1/B_3	A_2/B_1
	$-2pq + p(1-q) - (1-p)$	$-2p - (1-p)$	1
A	A_2/B_3	A_3/B_1	A_3/B_2
	-2	1	$2q + (1-q)$

Pour calculer l'équilibre de Nash, on étudie le gain moyen de A et de B pour des valeurs p et q fixées (tableau ci-dessus).

À titre d'exemple, expliquons l'expression $-2pq + p(1-q) - (1-p)$ correspondant au gain de A dans le cas où A a la carte 1 et B la carte 2. Si A bluffe et B suit (probabilité pq), A perd 2 euros (d'où le $-2pq$) ; si A bluffe et B ne suit pas (probabilité $p(1-q)$), A gagne 1 euro (d'où le $+p(1-q)$) ; si A ne bluffe pas (probabilité $(1-p)$), A perd un euro (d'où le terme $-(1-p)$).

Le gain moyen de A en fonction de p et q (en supposant que les cartes sont distribuées équitablement) s'obtient en faisant la somme des gains dans chaque partie possible et en divisant par 6 (car les six parties possibles sont équiprobables). On trouve :

$$\begin{aligned} \text{Gain A}(p, q) &= -(p-1/3)(q-1/3)/2 - 1/9 \\ &= -\text{Gain B}(p, q) \end{aligned}$$

L'équilibre de Nash qui donne les stratégies mixtes optimales pour A et B s'obtient par le calcul, en examinant les points où les dérivées de Gain A par rapport à p et par rapport à q s'annulent. En un tel point, si A modifie p , B peut augmenter son gain en ajustant q , et réciproquement : aucun des deux joueurs, s'il est prudent, n'a donc intérêt à changer son choix (p pour A, q pour B).

Ce calcul de dérivées donne ici :

$$\partial(\text{Gain A})/\partial p = (-q + 1/3)/2 = 0, \text{ donc } q = 1/3;$$

$$\partial(\text{Gain B})/\partial q = (-p + 1/3)/2 = 0, \text{ donc } p = 1/3.$$

En ce point $p = q = 1/3$, $\text{Gain A} = -1/9$, ce qui signifie qu'à ce micro-poker, celui qui parle en premier (A) est perdant en moyenne de 1/9 euro à chaque partie.

D'autres détails sur ce micro-poker figurent dans le livre de B. Chen et J. Ankenman, *The Mathematics of Poker*, ConJelCo LLC, 2007 (édition en français : *Poker Maths Sup*, Micro-Application, 2013).

Le hasard semble jouer un rôle très important au poker, aussi parfois on a pensé qu'il n'y avait pas de bons joueurs, mais seulement des joueurs chanceux. Ceux qui pratiquent le poker sont persuadés du contraire : il existe des façons intelligentes de jouer et d'autres qui, lors d'une longue série

de parties, assurent de perdre. Le débat a parfois eu une importance concrète pour l'autorisation ou non du poker en ligne dans certains États où les jeux de pur hasard sont interdits. La loi française définit ainsi les jeux de hasard : « Est un jeu de hasard un jeu payant où le hasard prédomine sur l'habileté et les combinaisons de l'intelligence pour l'obtention du gain. » Plusieurs décisions de justice ont classé le poker dans la catégorie des jeux de hasard. En 2013, une nouvelle décision prise à Toulouse a décidé du contraire. La Cour de cassation a tranché en qualifiant le poker de jeu de hasard (voir <http://www.reynaud-avocat.com/la-légalité-des-jeux-d-argent/>).

Elle a tort, et plusieurs études scientifiques ont établi l'importance du savoir-faire et de l'intelligence dans la pratique du poker. Steven Levitt et Thomas Miles, de l'Université de Chicago, ont mené une étude décisive sur cette question (S. D. Levitt et T. J. Miles, *The role of skill versus luck in poker: Evidence from the world series of poker*, *Journal of Sports Economics*, vol. 15(1), pp. 31-44, 2014, article en accès libre sur <http://jse.sagepub.com/content/15/1/31.abstract>).