

visité une infinité de fois. On raisonne alors comme pour notre « premier étonnement » à propos du rotor-router sur le plan : les nœuds voisins de N voient aussi passer l'agent une infinité de fois, de même que les voisins des voisins de N , etc.

Plus étonnant et même franchement miraculeux : après une période d'errance, l'agent entre dans un parcours cyclique qui est un parcours eulérien du graphe orienté G' associé à G . Précisons ici ce que sont les parcours eulériens de G' . Le graphe que nous avons considéré a des arêtes non orientées. Si l'on remplace chacune des arêtes de G par deux arêtes orientées, une pour chaque sens de parcours, cela donne un graphe G' orienté associé à G . Un parcours eulérien du graphe G' est alors un chemin qui emprunte chaque arête orientée une fois exactement. Ce chemin empruntera donc chaque arête du graphe G deux fois exactement.

Un parcours eulérien pour sortir de tout labyrinthe

Le théorème d'Euler indique que si un graphe orienté connexe est tel que chaque nœud a autant d'arcs arrivant sur lui que d'arcs qui en sortent, alors il existe nécessairement un parcours eulérien du graphe. Ici, le graphe G' a la propriété demandée (car chaque arc non orienté de G a donné deux arcs orientés opposés dans G'). Il n'y a donc pas de surprise à ce qu'un tel parcours eulérien de G' existe. En revanche, que l'agent posé n'importe où en trouve un tout seul, simplement parce qu'il utilise les rotors du graphe, est inattendu. L'agent n'a aucune mémoire propre, et pourtant il réalise une tâche qui semble exiger de se souvenir de ce que l'on fait et d'avoir une vision globale du graphe (*voir l'encadré page précédente*) !

Ce résultat fournit à un agent sans aucune mémoire une méthode sûre pour parcourir entièrement un graphe. Concrètement, cela vous indique un procédé pour sortir d'un labyrinthe, aussi compliqué soit-il... si vous disposez d'une craie. En effet :

— À chaque fois que vous passez dans un carrefour du labyrinthe, vous dessinez au centre du carrefour une flèche que vous faites tourner à chaque passage (vous effacez la précédente, et vous dessinez une nouvelle flèche pointant vers la branche suivante du carrefour dont, lors du premier passage, vous avez numéroté les branches). Cette flèche joue le rôle d'un rotor. Même si vous êtes totalement amnésique, vous serez assuré de parcourir tout le labyrinthe et donc d'en trouver la sortie... ou le trésor.

Terminons en mentionnant quelques jolis résultats obtenus sur le problème de la patrouille sur un graphe infini connexe.

Supposons un graphe (non orienté) infini et connexe (par exemple celui associé au quadrillage infini du plan). On a fixé des rotors en chaque nœud (ou case) et déposé un agent en un nœud N . L'agent se déplace indéfiniment sur le graphe en faisant tourner les rotors. Deux cas seulement sont possibles : soit chaque nœud est visité une infinité de fois (cas dit récurrent), soit aucun nœud n'est visité une infinité de fois (cas transitoire).

La démonstration s'appuie à nouveau sur l'idée que si un nœud est visité une infinité de fois, il en est de même de ses voisins, donc des voisins de ses voisins, etc. Plus inattendus sont les résultats suivants :

— Si un graphe infini connexe est donné ainsi qu'une configuration des rotors, et qu'en déposant un agent en un nœud N , on se trouve dans le cas récurrent, alors en déposant l'agent n'importe où, on se trouvera aussi dans le cas récurrent.

— Quand on considère le graphe du quadrillage (chaque case est reliée à ses quatre voisines nord, sud, est et ouest) ou sa généralisation en dimension k ($k > 2$), il existe des configurations initiales des rotors qui produisent le cas récurrent.

— Pour tout graphe infini connexe, il existe une façon de fixer les positions initiales des rotors de manière à avoir une configuration récurrente.

Le simplissime mécanisme du rotor-router n'a pas encore livré tous ses secrets. Il occupera encore un bon moment mathématiciens et informaticiens.

LES AUTEURS



Jean-Paul DELAHAYE et Philippe MATHIEU sont professeurs à l'université de Lille et chercheurs au laboratoire CRISTAL (Centre de recherche en informatique, signal et automatique de Lille).

BIBLIOGRAPHIE

A. Kosowski et D. Pajak, *Does adding more agents make a difference ? A case study of cover time for the rotor-router*, *Automata, Languages and Programming*, LNCS 8573, Springer, pp. 544-555, 2014.

D. Dereniowski *et al.*, *Bounds on the cover time of parallel rotor walks*, *STACS 2014*, pp. 263-275, 2014.

L. Florescu *et al.*, *The range of a rotor walk*, prépublication arXiv:1408.5533, 2014.

O. Angel et A. Holroyd, *Rotor walks on general trees*, *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, vol. 25(1), pp. 423-446, 2011.

Références supplémentaires sur www.pourlascience.fr



Retrouvez la rubrique Logique & calcul sur www.pourlascience.fr

SCIENCE & FICTION

L'art de fabriquer des monstres

À quoi ressembleraient les animaux dans 10 millions d'années ? Avec quelques notions de biologie et de paléontologie, il est possible de l'imaginer.

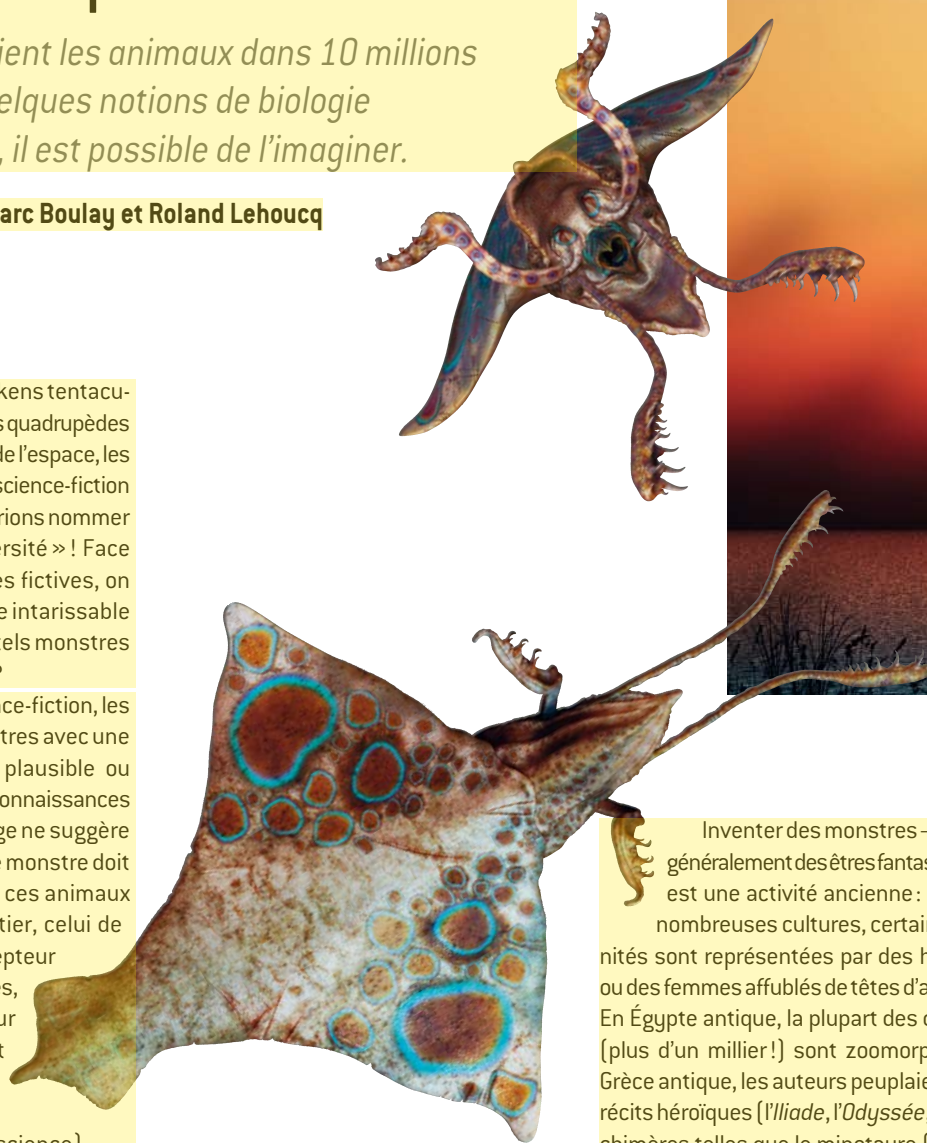
Jean-Sébastien Steyer, Marc Boulay et Roland Lehoucq

Vers géants, krakens tentaculaires, farouches quadrupèdes ou insectoïdes de l'espace, les monstres de la science-fiction constituent ce que nous pourrions nommer une étonnante « exobiodiversité » ! Face à ce foisonnement d'espèces fictives, on se demande : d'où vient cette intarissable imagination et comment de tels monstres peuvent-ils être plausibles ?

Dans les romans de science-fiction, les auteurs imaginent des monstres avec une description plus ou moins plausible ou originale en fonction de leurs connaissances en biologie. Au cinéma, l'image ne suggère plus mais montre. Dès lors, le monstre doit être crédible à l'écran. Créer ces animaux est devenu un véritable métier, celui de *creature designer* ou « concepteur de bestiaire ». Ces spécialistes, qui s'attachent à ce que leur bestiaire soit réaliste, sont souvent des artistes naturalistes jouissant donc d'une double compétence (art et science). Ils doivent alors considérer de nombreux aspects de leurs animaux : sont-ils adaptés à leur environnement ? Leurs mouvements, leur attitude sont-ils crédibles ? Ces questions sont une étape indispensable pour que les personnages que l'on rencontre dans la saga *Star Wars* (George Lucas, 1977 pour le premier opus), dans *Avatar* (James Cameron, 2009), etc. soient le plus « authentiques » possible.

LES DESCENDANTS DES SEICHES
ressembleront-ils à ces animaux ? C'est le genre de réflexions que propose l'évolution spéculative, où l'on imagine des mutations aléatoires et les conséquences de la pression de sélection exercée par l'environnement.

Inventer des monstres – ou plus généralement des êtres fantastiques – est une activité ancienne : dans de nombreuses cultures, certaines divinités sont représentées par des hommes ou des femmes affublés de têtes d'animaux. En Égypte antique, la plupart des divinités (plus d'un millier !) sont zoomorphes. En Grèce antique, les auteurs peuplaient leurs récits héroïques (*l'Illiade*, *l'Odyssée*, etc.) de chimères telles que le minotaure (homme à tête de taureau), Pégase (cheval ailé) ou l'hippogriffe (cheval à tête et membres antérieurs d'aigle), pour ne citer qu'eux. L'exercice de création de chimères est simple et consiste alors à assembler une espèce réelle (un cheval, par exemple) et des éléments d'une autre espèce existante (des grandes ailes de cygne) afin de créer l'exotisme et l'étonnement. Cette ancienne « fabrique de monstres », même si elle est encore parfois





Toutes les illustrations sont de Marc Boulay, marcoulay.fr, cossima-productions.com

CE DESCENDANT IMAGINAIRE DU COLIBRI est fièrement perché sur une branche. Il a certes perdu ses ailes et presque toutes les plumes qu'arborait son ancêtre, mais il en conserve le bec, long et fin.

utilisée, est un peu désuète. En effet, les avancées en sciences naturelles en général, et en génétique en particulier, nous ont montré que la construction et la formation d'un organisme ne sont pas un simple jeu de Lego.

Pour éviter que leurs espèces fantastiques ne deviennent donc fantasques, les concepteurs de bestiaire d'aujourd'hui pratiquent la biologie spéculative. Ce n'est pas une science, dans la mesure où elle n'est pas testable dans un cadre hypothético-déductif, mais plutôt une sorte de jeu intellectuel dont les règles sont celles des sciences. Il s'agit d'imaginer des formes de vie plausibles, que ce soit dans l'univers réel (exobiologie spéculative), sur une Terre du futur (évolution spéculative) ou dans des histoires parallèles (uchronie biologique). L'exercice se doit d'être rigoureux et de prendre en compte des données bien réelles, comme celles relatives à la sélection naturelle ou aux contraintes



DANS DEMAIN, LES ANIMAUX DU FUTUR, le sculpteur Marc Boulay et le paléontologue Jean-Sébastien Steyer imaginent des animaux dans 10 millions d'années.

physiques du lieu où est censée se dérouler l'action (gravité de la planète, composition atmosphérique, climat, environnement, etc.). Elle n'en reste pas moins spéculative, l'évolution étant imprévisible.

Un précédent sous forme de canular

En 1962, les zoologistes Gerolf Steiner, sous le pseudonyme d'Harald Stümpke, et Pierre-Paul Grassé, faisant office de préfacier, signent *Anatomie et biologie des Rhinogrades*. Ce croustillant ouvrage présente d'une façon rigoureuse et institutionnelle une faune imaginaire, ou plutôt un groupe de mammifères fictifs caractérisés par un appendice nasal très développé – d'où leur nom vernaculaire de « nasins ». Si Grassé nous avertissait du caractère fictif de l'œuvre, « biologiste, mon bon ami, souviens-toi que