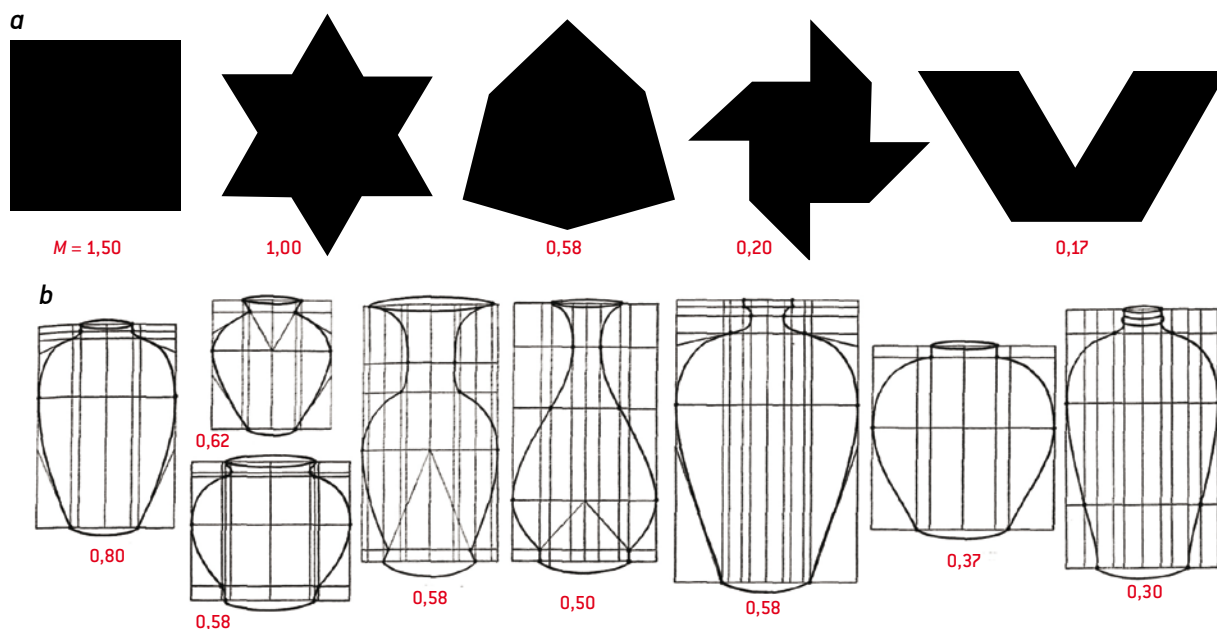


L'esthétique selon George Birkhoff



George Birkhoff a construit une mesure M de l'esthétique sur la base de son idée que M doit être de la forme O/C , où O est une mesure d'ordre et C une mesure de complexité. Il a donné une définition précise de ces deux paramètres dans le cas de formes polygonales. Plus M serait grand, plus le polygone serait beau. Birkhoff a appliqué sa méthode à 90 polygones. Les résultats pour quelques-uns d'entre eux sont indiqués en (a).

À la page 78 de son livre sur la mesure esthétique, Birkhoff exprime son admiration pour une forme particulière d'art géométrique: « L'excellence des vases chinois, et plus généralement de la poterie chinoise, est bien connue. R. Hobson dans son livre sur l'art chinois écrit "Nulle part ailleurs sans doute, la suprématie de la Chine est autant marquée que dans les arts de la céramique. Les agréables formes de la poterie T'ang, les fines porcelaines monochromes des Sung et les magnifiques jarres à trois couleurs des Ming sont des choses inégalables". Il est notable aussi que les Chinois aient utilisé des dessins de vases totalement symétriques, produisant une intéressante variété de motifs géométriques. »

Birkhoff a tenté de mesurer la qualité esthétique des vases à partir de sa formule. Pour lui, un vase est déterminé par une

courbe qui, en tournant autour d'un axe vertical, en fixe la forme. Il mesure la complexité de la courbe par le nombre de ses points singuliers: extrémités, points d'inflexion, points anguleux, points où la tangente à la courbe est horizontale ou verticale. Ce nombre est la complexité C . L'ordre O , lui, est déterminé en calculant les coordonnées des points singuliers et en comptant combien de fois deux coordonnées sont égales ou dans un rapport de 1 à 2. Cette mesure est appliquée à huit exemples de vases chinois (b). Birkhoff a utilisé sa mesure pour imaginer de nouveaux vases (c).

Depuis, on a montré que la mesure proposée par Birkhoff pour les vases est

sensible aux petites déformations, ce qui est ennuyeux puisque les artisans ne réalisent pas les modèles avec une parfaite exactitude. Cela a conduit à définir une variante de la mesure de Birkhoff (T. Staudek, *On Birkhoff's aesthetic measure of vases*, Faculty of Informatics, Masaryk University Report Series, FIMU-RS-99-06, 1999).

La mesure de Birkhoff pour les vases a été utilisée récemment pour créer aléatoirement, à l'aide de programmes, de nouvelles formes de vases et les classer (K. Reed, « Aesthetic measures for evolutionary vase design », dans *Evolutionary and Biologically Inspired Music, Sound, Art and Design*, Springer, Lecture Notes in Computer Science, vol. 7834, pp. 59-71, 2013).



analyse d'une quinzaine de pages, Birkhoff introduit une formule à cinq paramètres pour mesurer O dans le cas de formes polygonales. Sa formule prend en compte l'existence d'une symétrie verticale, V ; l'existence de rotations laissant invariante la figure, R ; la présence d'horizontales et de verticales, HV ; l'équilibre, c'est-à-dire la position décentrée ou non du centre de gravité, E ; les positions des sommets et les longueurs des côtés qui sont plus ou moins uniformément réparties, ce qui peut agir négativement sur la sensation esthétique, F . Cela lui donne la formule : $O = V + R + HV + E - F$. Nous n'indiquons pas tous les détails de l'évaluation numérique, ils occupent deux pages entières du livre.

La complexité, C , est mesurée par le nombre de droites qui permettent de contenir tous les côtés du polygone; si le polygone est convexe, C est le nombre de côtés.

Chacun jugera sur les quelques images reproduites dans l'encadré page 79, et évaluées par cette méthode, de la pertinence des critères de beauté de Birkhoff. En utilisant d'autres paramètres soigneusement introduits et discutés, Birkhoff a appliqué sa méthode aux vases. Récemment, l'approche a été testée et utilisée pour engendrer de nouveaux modèles de vase et a donné d'intéressants résultats.

Une recherche sans cesse renouvelée

Un problème dans la conception de Birkhoff, même pour ceux qui pensent qu'on doit poursuivre dans sa voie, est l'arbitraire des paramètres qu'il introduit pour mesurer l'ordre et la complexité d'une classe particulière d'objets et qu'il combine d'une façon particulière. Un autre chercheur, face à la même classe d'objets, proposera sans doute d'autres paramètres et les combinera différemment.

La théorie de l'information et la théorie de la calculabilité ont introduit des notions universelles attachées à tout objet numérique. S'appuyant sur elles pour concevoir les mesures de O et C est donc apparu une piste pour suivre l'idée de Birkhoff.

En 1948, la théorie de l'information de Claude Shannon, que Birkhoff n'a pu connaître, a suggéré une méthode pour évaluer l'ordre et la complexité. Cette théorie introduit en

particulier l'entropie, qui mesure la quantité d'information contenue ou fournie par une source d'information, par exemple une œuvre d'art.

En s'appuyant sur les idées de Shannon, le philosophe allemand Max Bense et l'ingénieur français Abraham Moles défendirent des lectures nouvelles de la formule O/C de Birkhoff. Chaque création artistique part d'un répertoire fixé d'éléments (couleurs, tracés élémentaires, sons, mots, etc.) qui est transmis, partiellement, dans l'objet artistique. Créer est une activité de sélection parmi l'ensemble des possibilités offertes par le répertoire. Le répertoire d'un peintre, par exemple, est la palette de couleurs dont il dispose, chaque couleur possible étant affectée d'une probabilité; le tableau est le résultat du choix, pour chaque élément de sa surface, d'un élément du répertoire. On peut alors considérer que la redondance (mesurée par l'autocorrélation statistique) du tableau est l'ordre O du tableau, et que l'entropie de Shannon de la palette (assimilée ici à sa richesse en possibilités) est sa complexité C .

D'autres façons d'utiliser la théorie de l'information de Shannon sont envisageables. Il en est ainsi de l'approche statistique menée par Jaume Rigau, Miquel Feixas et Mateu Sbert, de l'université de Gérone en Espagne, appliquée à un ensemble de neuf tableaux (voir l'encadré page ci-contre).

L'utilisation de la théorie de Shannon en esthétique reste incertaine et n'a connu qu'un succès limité. Sans doute l'utilisation des notions statistiques pour l'analyse d'une image (ou d'une musique, etc.) est-elle insuffisamment précise : ces notions ne prennent pas en compte l'organisation structurée détaillée des objets. Dans le cas d'une peinture par exemple, utiliser les mêmes pixels qu'une image A et en changer la disposition (les déplacer, sans en supprimer ni en ajouter) donne une image B dont la plupart des paramètres statistiques, l'entropie en particulier, seront les mêmes que ceux de l'image A . Comment éviter cette imprécision ?

Née durant la décennie 1930-1940 des travaux de Kurt Gödel, Alonzo Church et Alan Turing, la théorie de la calculabilité, l'étude mathématique des mécanismes élémentaires de calcul, aurait intéressé Birkhoff. Cette

théorie introduit une nouvelle vision de l'information et de la complexité grâce à la théorie algorithmique de l'information qui la prolonge et qui, à partir de 1965, a été développée par Andreï Kolmogorov, Leonid Levin et Gregory Chaitin.

Cette théorie définit des notions universelles d'ordre et de complexité qui permettent de nouvelles lectures de la formule de Birkhoff, prenant en compte les aspects structurels des œuvres. Nous allons en évoquer plusieurs, mais d'autres sont possibles et les recherches se poursuivent.

Longueur de programme et temps de calcul

En 1998, Vladik Kreinovich, Luc Longpré et Misha Koshelev, de l'université du Texas à El Paso, en se fondant sur une analyse fine de ce que représentent un temps de calcul et la longueur d'un programme, proposent de définir la valeur esthétique d'un objet numérique Ob par la plus grande valeur possible du rapport $M = 2^{-I(P)}/t(P)$ où P est un programme qui produit Ob , $I(P)$ étant la longueur de P et $t(P)$ le temps de calcul de P .

Cette définition est justifiée par ses auteurs à l'aide d'une analyse mathématique impossible à détailler ici. Mais elle se comprend, puisque l'on retrouve finalement la formule de Birkhoff avec l'interprétation suivante des paramètres O et C :

C est le temps de calcul $t(P)$ de P ; les objets complexes étant longs à calculer, ce temps de calcul est une mesure de complexité.

$O = 2^{-I(P)}$, ce qui correspond à l'idée que plus il y a d'ordre dans un objet Ob , plus $I(P)$ est petit car simple à décrire, et donc plus $2^{-I(P)}$ est grand.

Les auteurs reconnaissent cependant que leur formule est inutilisable en pratique car, pour identifier le programme qui réalise le maximum M de la formule, il faudrait mener une énumération infinie ! Même en se limitant aux programmes de longueur raisonnable, par exemple moins de 1 000 caractères, cela dépasserait les capacités disponibles aujourd'hui, puisque le nombre de programmes possibles de longueur n donnée augmente exponentiellement avec n .