

analyse d'une quinzaine de pages, Birkhoff introduit une formule à cinq paramètres pour mesurer O dans le cas de formes polygonales. Sa formule prend en compte l'existence d'une symétrie verticale, V ; l'existence de rotations laissant invariante la figure, R ; la présence d'horizontales et de verticales, HV ; l'équilibre, c'est-à-dire la position décentrée ou non du centre de gravité, E ; les positions des sommets et les longueurs des côtés qui sont plus ou moins uniformément réparties, ce qui peut agir négativement sur la sensation esthétique, F . Cela lui donne la formule : $O = V + R + HV + E - F$. Nous n'indiquons pas tous les détails de l'évaluation numérique, ils occupent deux pages entières du livre.

La complexité, C , est mesurée par le nombre de droites qui permettent de contenir tous les côtés du polygone; si le polygone est convexe, C est le nombre de côtés.

Chacun jugera sur les quelques images reproduites dans l'encadré page 79, et évaluées par cette méthode, de la pertinence des critères de beauté de Birkhoff. En utilisant d'autres paramètres soigneusement introduits et discutés, Birkhoff a appliqué sa méthode aux vases. Récemment, l'approche a été testée et utilisée pour engendrer de nouveaux modèles de vase et a donné d'intéressants résultats.

Une recherche sans cesse renouvelée

Un problème dans la conception de Birkhoff, même pour ceux qui pensent qu'on doit poursuivre dans sa voie, est l'arbitraire des paramètres qu'il introduit pour mesurer l'ordre et la complexité d'une classe particulière d'objets et qu'il combine d'une façon particulière. Un autre chercheur, face à la même classe d'objets, proposera sans doute d'autres paramètres et les combinera différemment.

La théorie de l'information et la théorie de la calculabilité ont introduit des notions universelles attachées à tout objet numérique. S'appuyant sur elles pour concevoir les mesures de O et C est donc apparu une piste pour suivre l'idée de Birkhoff.

En 1948, la théorie de l'information de Claude Shannon, que Birkhoff n'a pu connaître, a suggéré une méthode pour évaluer l'ordre et la complexité. Cette théorie introduit en

particulier l'entropie, qui mesure la quantité d'information contenue ou fournie par une source d'information, par exemple une œuvre d'art.

En s'appuyant sur les idées de Shannon, le philosophe allemand Max Bense et l'ingénieur français Abraham Moles défendirent des lectures nouvelles de la formule O/C de Birkhoff. Chaque création artistique part d'un répertoire fixé d'éléments (couleurs, tracés élémentaires, sons, mots, etc.) qui est transmis, partiellement, dans l'objet artistique. Créer est une activité de sélection parmi l'ensemble des possibilités offertes par le répertoire. Le répertoire d'un peintre, par exemple, est la palette de couleurs dont il dispose, chaque couleur possible étant affectée d'une probabilité; le tableau est le résultat du choix, pour chaque élément de sa surface, d'un élément du répertoire. On peut alors considérer que la redondance (mesurée par l'autocorrélation statistique) du tableau est l'ordre O du tableau, et que l'entropie de Shannon de la palette (assimilée ici à sa richesse en possibilités) est sa complexité C .

D'autres façons d'utiliser la théorie de l'information de Shannon sont envisageables. Il en est ainsi de l'approche statistique menée par Jaume Rigau, Miquel Feixas et Mateu Sbert, de l'université de Gérone en Espagne, appliquée à un ensemble de neuf tableaux (voir l'encadré page ci-contre).

L'utilisation de la théorie de Shannon en esthétique reste incertaine et n'a connu qu'un succès limité. Sans doute l'utilisation des notions statistiques pour l'analyse d'une image (ou d'une musique, etc.) est-elle insuffisamment précise : ces notions ne prennent pas en compte l'organisation structurée détaillée des objets. Dans le cas d'une peinture par exemple, utiliser les mêmes pixels qu'une image A et en changer la disposition (les déplacer, sans en supprimer ni en ajouter) donne une image B dont la plupart des paramètres statistiques, l'entropie en particulier, seront les mêmes que ceux de l'image A . Comment éviter cette imprécision ?

Née durant la décennie 1930-1940 des travaux de Kurt Gödel, Alonzo Church et Alan Turing, la théorie de la calculabilité, l'étude mathématique des mécanismes élémentaires de calcul, aurait intéressé Birkhoff. Cette

théorie introduit une nouvelle vision de l'information et de la complexité grâce à la théorie algorithmique de l'information qui la prolonge et qui, à partir de 1965, a été développée par Andreï Kolmogorov, Leonid Levin et Gregory Chaitin.

Cette théorie définit des notions universelles d'ordre et de complexité qui permettent de nouvelles lectures de la formule de Birkhoff, prenant en compte les aspects structurels des œuvres. Nous allons en évoquer plusieurs, mais d'autres sont possibles et les recherches se poursuivent.

Longueur de programme et temps de calcul

En 1998, Vladik Kreinovich, Luc Longpré et Misha Koshelev, de l'université du Texas à El Paso, en se fondant sur une analyse fine de ce que représentent un temps de calcul et la longueur d'un programme, proposent de définir la valeur esthétique d'un objet numérique Ob par la plus grande valeur possible du rapport $M = 2^{-I(P)}/t(P)$ où P est un programme qui produit Ob , $I(P)$ étant la longueur de P et $t(P)$ le temps de calcul de P .

Cette définition est justifiée par ses auteurs à l'aide d'une analyse mathématique impossible à détailler ici. Mais elle se comprend, puisque l'on retrouve finalement la formule de Birkhoff avec l'interprétation suivante des paramètres O et C :

C est le temps de calcul $t(P)$ de P ; les objets complexes étant longs à calculer, ce temps de calcul est une mesure de complexité.

$O = 2^{-I(P)}$, ce qui correspond à l'idée que plus il y a d'ordre dans un objet Ob , plus $I(P)$ est petit car simple à décrire, et donc plus $2^{-I(P)}$ est grand.

Les auteurs reconnaissent cependant que leur formule est inutilisable en pratique car, pour identifier le programme qui réalise le maximum M de la formule, il faudrait mener une énumération infinie ! Même en se limitant aux programmes de longueur raisonnable, par exemple moins de 1 000 caractères, cela dépasserait les capacités disponibles aujourd'hui, puisque le nombre de programmes possibles de longueur n donnée augmente exponentiellement avec n .

Les expériences des chercheurs de l'université de Gérone

Jaume Rigau, Miquel Feixas et Mateu Sbert, de l'université de Gérone en Espagne, ont mené des expériences portant sur de vrais tableaux. Ils ont en particulier calculé des mesures esthétiques fondées sur la formule de Birkhoff et utilisant la théorie de l'information de Shannon et la théorie algorithmique de l'information de Kolmogorov. Leur méthode consiste d'abord à diviser le tableau en N pixels.

Chaque pixel peut prendre un nombre déterminé d'états, en général une puissance 2^k de 2, par exemple 8 couleurs, ce qui correspond à $k=3$. Ce nombre k étant fixé, l'entropie maximale d'un tableau est $H_{\max} = Nk$. En effet, s'il y a huit couleurs et qu'elles sont utilisées sans en favoriser aucune, il faudra 3 bits d'information pour spécifier chaque pixel, donc $3N$ bits au total. C'est la situation

de désordre maximal, donc d'entropie maximale. Cependant, un tableau réel utilise les couleurs avec des proportions spécifiques, par exemple plus de bleu que de rouge. L'entropie H_r de l'ensemble des pixels du tableau réel, qui est une mesure de cet usage restreint des possibilités de la palette, est donc plus petite que $H_{\max}$. Plus l'écart entre $H_{\max}$ et H_r est grand, plus il y a d'ordre dans

le tableau. D'où l'idée de prendre $O = H_{\max} - H_r$ et $C = H_{\max}$ pour mesurer les paramètres de la formule générale $M = O/C$ de Birkhoff, ce qui donne une mesure esthétique à la Shannon :

$$M_S = (H_{\max} - H_r) / H_{\max}$$

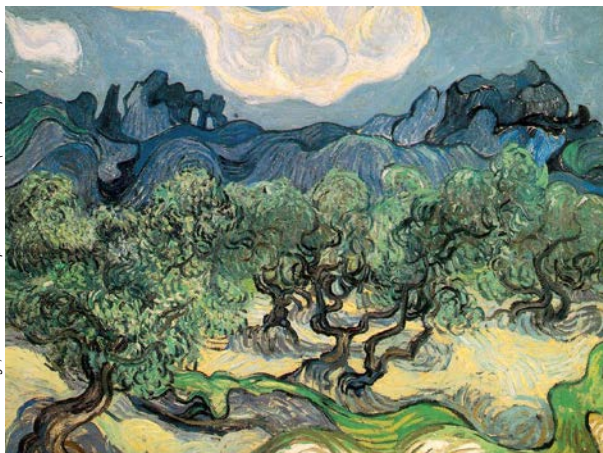
Une application possible de la théorie de la complexité algorithmique consiste à prendre $H_{\max} = Nk$ comme mesure de complexité (c'est le nombre de bits nécessaires pour mémoriser un tableau quand on réserve k bits pour chaque pixel). La taille H_K en bits de l'image compressée par un algorithme de compression d'images sans perte est considérée comme une approximation de la complexité de Kolmogorov du tableau. On choisit alors de poser : $O = H_{\max} - H_K$ et $C = H_{\max}$, ce qui donne une mesure esthétique à la Kolmogorov :

$$M_K = (H_{\max} - H_K) / H_{\max}$$

La mesure M_S , dont le défaut principal est de se fonder uniquement sur la distribution statistique des pixels sans prendre en compte leurs positions, favorise clairement les tableaux les plus simples. La mesure M_K prend plus finement en compte la structure complète du tableau.

Les chercheurs de Gérone ont examiné trois tableaux de Mondrian, trois de Seurat et trois de van Gogh. Ceux de Mondrian, très géométriques, sont considérés comme les plus beaux par les mesures esthétiques M_S et M_K . Cela peut se comprendre : avec les Mondrian, l'ordre, mesuré aussi bien à la Shannon qu'à la Kolmogorov, est assez élevé. En effet, H_r et H_K étant petits, la différence entre les deux termes du numérateur est grande, d'où un quotient O/C élevé. Les van Gogh sont favorisés par M_K , beaucoup plus qu'ils ne le sont par M_S ; cela s'explique par le fait nettement perceptible que la structure géométrique des van Gogh est plus simple que celle des Seurat, ce que la mesure M_S ne voit pas, car elle ne prend en compte que la fréquence d'usage des couleurs et pas leur disposition sur la toile, alors que M_K prend en compte la disposition spatiale.

On trouvera plus de détails dans l'article de Jaume Rigau, Miquel Feixas et Mateu Sbert (voir la bibliographie).



Vincent van Gogh. Oliviers avec les Apollides dans le fond (Domaine public)

DEUX DES NEUF tableaux considérés par les chercheurs espagnols. Le van Gogh ci-contre a pour mesures $M_S = 0,280$ et $M_K = 0,650$. Pour le Seurat ci-dessous, on a $M_S = 0,290$ et $M_K = 0,539$.



Georges Seurat. Un dimanche après-midi à l'île de la Grande Jatte (Domaine public)