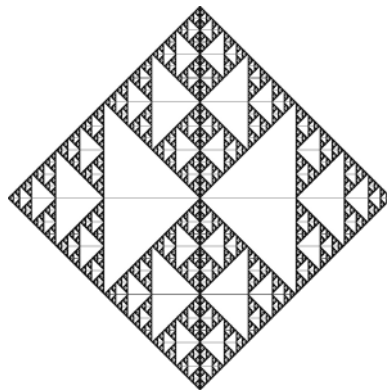


Une mesure esthétique selon Roland Yéléhada

La mesure esthétique proposée par Roland Yéléhada s'appuie sur la théorie algorithmique de l'information. L'exemple considéré ici est un double tapis de Sierpinski. L'image fractale est un carré de 1024 pixels de côté. La mémorisation de cette image pixel par pixel occupe donc 1,048 million de bits, soit 131 032 octets.

Il existe une définition surprenante de cette image (elle a été utilisée pour obtenir le dessin) : « Placez une droite de 2^{20} cases noires sur un quadrillage carré illimité de cases blanches, puis appliquez 2^{20} fois à cette configuration les règles du Jeu de la vie de John Conway (à savoir : Une case blanche devient noire si exactement 3 cases voisines sont noires parmi les 8 cases qui l'entourent ; une case noire le reste si exactement deux ou trois cases voisines sont noires et, sinon, devient blanche). Placez ensuite le résultat dans une image carrée de côté 1024. »

On peut facilement écrire en moins de 1000 caractères un programme effectuant cette tâche. L'existence de ces programmes courts signifie que la complexité de Kolmogorov de l'image est inférieure à 1000 octets



(ou 8 000 bits). Un langage de description d'images tel que celui utilisé par le compresseur d'image PNG exploite des régularités dans l'image en noir et blanc, par exemple

le fait qu'il y a de longues séries de pixels noirs et blancs consécutifs. On obtient ainsi l'image du double triangle de Sierpinski, qui comporte un million de pixels noirs ou blancs, à l'aide de 8 522 octets seulement.

La compression PNG fait donc passer la taille du fichier de 131 032 octets à 8 522. C'est bien, mais c'est très loin de l'optimal qui conduirait à moins de 1 000 octets. L'écart entre un codage « en ressource limitée » effectué par le compresseur PNG et la compression optimale est, pour Roland Yéléhada, une mesure esthétique de l'image.

Pour l'auteur de cette mesure, le sentiment de beauté est d'autant plus grand qu'est grande la différence entre la taille de la représentation optimale d'une image (se fondant sur la « compréhension » complète de l'image ou de ce qui l'engendre) et la taille de la représentation en ressource limitée dont est capable notre cerveau.

En 1995, le Français Roland Yéléhada a suggéré une autre idée tirée de la théorie algorithmique de l'information pour définir et mesurer la valeur esthétique d'un objet numérique Ob . La mesure proposée est $K_1(Ob) - K(Ob)$, où $K(Ob)$ est complexité de Kolmogorov de Ob , c'est-à-dire la taille du plus court programme qui donne Ob , et $K_1(Ob)$ la complexité de Kolmogorov en ressource limitée de Ob , c'est-à-dire la taille du plus court programme qui donne Ob en considérant un langage de programmation aux possibilités limitées.

Une complexité liée aux capacités humaines ?

Le langage à ressource limitée à prendre en compte correspondrait aux capacités de calcul d'un humain, ou au moins tenterait de les modéliser. Un tel langage exprimerait simplement que des points sont alignés, car nous le percevons immédiatement, mais ne pourrait pas exprimer simplement des relations du type « $59\,049 = 3^{10}$ » ou « la

huitième décimale de $\sin(\pi/7)$ est 3 », relations que les langages de programmation habituels expriment brièvement et testent instantanément, mais qui dépassent nos capacités d'analyse immédiate.

L'idée provient des images fractales. On les considère souvent belles et complexes, mais leur complexité est une illusion car les images fractales résultent de formules courtes et se définissent en utilisant des programmes simples de quelques lignes. Ces images nous paraîtraient belles car, sans que nous puissions le justifier, du fait de nos capacités limitées de calcul, nous aurions une certaine perception de leur simplicité. Cette perception proviendrait des multiples répétitions et déformations de motifs et de couleur à diverses échelles entre parties de la fractale que, sans réussir à les analyser complètement, nous ressentirions.

La sensation d'observer une image subtilement organisée (faible complexité de Kolmogorov), et de forte complexité de Kolmogorov en ressource limitée, donnerait un sentiment d'ordre mystérieux qui serait

la beauté. Plus l'écart entre les deux complexités serait grand, plus la satisfaction esthétique serait forte.

L'harmonie et la beauté que nous attribuons facilement aux formes du vivant seraient de la même nature. Nous les percevons clairement, mais nous n'avons pas la capacité de les comprendre entièrement et donc, pour décrire un animal, nous sommes obligés de le faire élément par élément (forte complexité de Kolmogorov en ressource limitée), sans profiter de tous les raccourcis que son unité permettrait si nous en avions la compréhension profonde (relativement faible complexité de Kolmogorov).

L'idée de Roland Yéléhada oblige à postuler une aptitude naturelle innée à évaluer la complexité de Kolmogorov d'un objet numérique. Or il est difficile de comprendre l'origine de cette aptitude, puisque justement ce que nous percevons n'est qu'une complexité de Kolmogorov en ressource limitée.

Une autre idée est directement liée à la théorie moderne de l'information, telle que Kolmogorov, Leonid Levin et Gregory Chaitin