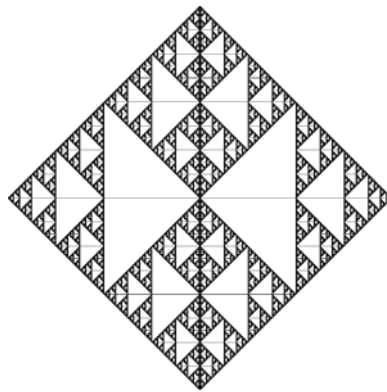


Une mesure esthétique selon Roland Yéléhada

La mesure esthétique proposée par Roland Yéléhada s'appuie sur la théorie algorithmique de l'information. L'exemple considéré ici est un double tapis de Sierpinski. L'image fractale est un carré de 1024 pixels de côté. La mémorisation de cette image pixel par pixel occupe donc 1,048 million de bits, soit 131 032 octets.

Il existe une définition surprenante de cette image (elle a été utilisée pour obtenir le dessin) : « Placez une droite de 2^{20} cases noires sur un quadrillage carré illimité de cases blanches, puis appliquez 2^{20} fois à cette configuration les règles du Jeu de la vie de John Conway (à savoir : Une case blanche devient noire si exactement 3 cases voisines sont noires parmi les 8 cases qui l'entourent ; une case noire le reste si exactement deux ou trois cases voisines sont noires et, sinon, devient blanche). Placez ensuite le résultat dans une image carrée de côté 1024. »

On peut facilement écrire en moins de 1000 caractères un programme effectuant cette tâche. L'existence de ces programmes courts signifie que la complexité de Kolmogorov de l'image est inférieure à 1000 octets



(ou 8 000 bits). Un langage de description d'images tel que celui utilisé par le compresseur d'image PNG exploite des régularités dans l'image en noir et blanc, par exemple

le fait qu'il y a de longues séries de pixels noirs et blancs consécutifs. On obtient ainsi l'image du double triangle de Sierpinski, qui comporte un million de pixels noirs ou blancs, à l'aide de 8 522 octets seulement.

La compression PNG fait donc passer la taille du fichier de 131 032 octets à 8 522. C'est bien, mais c'est très loin de l'optimal qui conduirait à moins de 1000 octets. L'écart entre un codage « en ressource limitée » effectué par le compresseur PNG et la compression optimale est, pour Roland Yéléhada, une mesure esthétique de l'image.

Pour l'auteur de cette mesure, le sentiment de beauté est d'autant plus grand qu'est grande la différence entre la taille de la représentation optimale d'une image (se fondant sur la « compréhension » complète de l'image ou de ce qui l'engendre) et la taille de la représentation en ressource limitée dont est capable notre cerveau.

En 1995, le Français Roland Yéléhada a suggéré une autre idée tirée de la théorie algorithmique de l'information pour définir et mesurer la valeur esthétique d'un objet numérique Ob . La mesure proposée est $K_1(Ob) - K(Ob)$, où $K(Ob)$ est complexité de Kolmogorov de Ob , c'est-à-dire la taille du plus court programme qui donne Ob , et $K_1(Ob)$ la complexité de Kolmogorov en ressource limitée de Ob , c'est-à-dire la taille du plus court programme qui donne Ob en considérant un langage de programmation aux possibilités limitées.

Une complexité liée aux capacités humaines ?

Le langage à ressource limitée à prendre en compte correspondrait aux capacités de calcul d'un humain, ou au moins tenterait de les modéliser. Un tel langage exprimerait simplement que des points sont alignés, car nous le percevons immédiatement, mais ne pourrait pas exprimer simplement des relations du type « $59\,049 = 3^{10}$ » ou « la

huitième décimale de $\sin(\pi/7)$ est 3 », relations que les langages de programmation habituels expriment brièvement et testent instantanément, mais qui dépassent nos capacités d'analyse immédiate.

L'idée provient des images fractales. On les considère souvent belles et complexes, mais leur complexité est une illusion car les images fractales résultent de formules courtes et se définissent en utilisant des programmes simples de quelques lignes. Ces images nous paraîtraient belles car, sans que nous puissions le justifier, du fait de nos capacités limitées de calcul, nous aurions une certaine perception de leur simplicité. Cette perception proviendrait des multiples répétitions et déformations de motifs et de couleur à diverses échelles entre parties de la fractale que, sans réussir à les analyser complètement, nous ressentirions.

La sensation d'observer une image subtilement organisée (faible complexité de Kolmogorov), et de forte complexité de Kolmogorov en ressource limitée, donnerait un sentiment d'ordre mystérieux qui serait

la beauté. Plus l'écart entre les deux complexités serait grand, plus la satisfaction esthétique serait forte.

L'harmonie et la beauté que nous attribuons facilement aux formes du vivant seraient de la même nature. Nous les percevons clairement, mais nous n'avons pas la capacité de les comprendre entièrement et donc, pour décrire un animal, nous sommes obligés de le faire élément par élément (forte complexité de Kolmogorov en ressource limitée), sans profiter de tous les raccourcis que son unité permettrait si nous en avions la compréhension profonde (relativement faible complexité de Kolmogorov).

L'idée de Roland Yéléhada oblige à postuler une aptitude naturelle innée à évaluer la complexité de Kolmogorov d'un objet numérique. Or il est difficile de comprendre l'origine de cette aptitude, puisque justement ce que nous percevons n'est qu'une complexité de Kolmogorov en ressource limitée.

Une autre idée est directement liée à la théorie moderne de l'information, telle que Kolmogorov, Leonid Levin et Gregory Chaitin

l'ont reformulée à partir de 1965. Elle consiste à postuler que la valeur d'une création artistique est la quantité de travail et d'intelligence qui ont été mises en œuvre pour la produire. Si on suit cette idée, il faut bien sûr prendre en compte toute la préparation menée par l'artiste avant qu'il commence l'œuvre : la maturation, les essais préliminaires, l'élaboration progressive d'une conception du monde et d'un style personnel, l'apprentissage de son art auprès de maîtres et de guides, voire de concurrents. La mesurer exige d'évaluer les traces laissées par cette phase d'élaboration.

Profondeur logique

La « profondeur logique de Bennett » est une mesure du « contenu en calcul » présent dans un objet numérique Ob. En première approximation, c'est le temps de calcul du programme le plus court qui produit Ob (*voir dans cette rubrique « Qu'est-ce qu'un objet complexe ? », Pour la Science, mai 2013*). Son utilisation semble alors s'imposer pour mathématiser l'idée de maturation. Plus une œuvre inclut la trace d'une longue élaboration, assimilée ici à un long calcul, plus sa valeur artistique est grande. Un objet Ob étant donné, l'idée est alors de définir le O de Birkhoff par la profondeur logique de Bennett de Ob, et la complexité C par la complexité de Kolmogorov de Ob.

Pour que nous puissions calculer instantanément le rapport O/C , il faudrait mesurer ces paramètres O et C avec un langage de programmation en ressource limitée modélisant les capacités de l'être humain.

Recopier une œuvre n'est pas un travail créatif, même si la copie parfaite peut procurer à l'observateur la même satisfaction esthétique que l'œuvre originale. Si l'on souhaite mesurer non seulement la valeur esthétique d'une œuvre, mais aussi l'apport particulier du travail de l'artiste, il faut envisager autre chose. La théorie du calcul dispose d'un concept qui autorise cela. Un objet numérique E étant donné, on peut ne s'intéresser qu'aux programmes qui accèdent à cet objet : les programmes connaissant E . Le temps de calcul du programme minimal dans cette catégorie de programmes pour

produire un autre objet Ob est alors une mesure du contenu supplémentaire de calcul qu'il a fallu mener pour créer Ob par celui qui connaît E . C'est la « profondeur logique de Bennett de Ob relativement à E ». Ce concept semble correctement définir le travail réalisé par un artiste quand il crée Ob dans un contexte donné, qui met à sa disposition des œuvres déjà créées dont l'ensemble est E .

Ce dernier point permet de distinguer deux types de mesures esthétiques : la mesure d'une valeur esthétique en soi, qui ne se préoccupe pas de la nouveauté ou non du travail, et la valeur relative, dont la fonction serait d'évaluer la force d'innovation de l'œuvre.

Toutes ces idées sont séduisantes et générales. Elles semblent capables, en théorie, de mesurer la valeur esthétique d'une œuvre et sa nouveauté en les distinguant l'une de l'autre. Mais il faut reconnaître que les outils disponibles pour mesurer réellement la profondeur logique de Bennett sont limités. Des travaux menés par Hector Zenil, Cédric Gaucherel et moi-même ont permis de mesurer effectivement des valeurs approchées de la profondeur logique de Bennett d'images de petite taille, en utilisant des algorithmes de compression de données. Cependant, l'extension de telles mesures à des images plus grandes, tentée avec Jean-François Colonna, rencontre des difficultés techniques qui, pour l'instant, interdisent de traiter de façon satisfaisante des œuvres réelles.

Certains verront dans ces difficultés la confirmation du préjugé que la science ne peut pas parler de manière précise et objective de l'art, et que les méthodes suggérées par la théorie moderne de l'information, quoique séduisantes et profondes, sont condamnées à l'échec. Cette fois, non parce qu'elles sont fausses ou arbitraires (comme les méthodes à la Birkhoff) ou ne prennent que partiellement en compte les œuvres (comme les méthodes à la Shannon), mais parce que les calculs d'évaluation sont trop longs. La théorie définit des conceptions plausibles et des modèles abstraits séduisants, mais les utiliser serait hors de portée des machines actuelles.

L'AUTEUR



J.-P. DELAHAYE
est professeur
émérite
à l'université
de Lille
et chercheur

au Centre de recherche
en informatique, signal et
automatique de Lille (CRISTAL).

BIBLIOGRAPHIE

J. McCormack, M. d'Inverno (éds.), **Computers and Creativity**, Springer, 2012.

H. Zenil, J.-P. Delahaye et C. Gaucherel, **Image characterization and classification by physical complexity**, *Complexity*, vol. 17(3), pp. 26-42, 2012.

J. Rigau, M. Feixas et M. Sbert, **Informational aesthetics measures**, *IEEE Computer Graphics and Applications*, vol. 2, pp. 24-34, 2008.

V. Kreinovich, L. Longpré et M. Koshelev, **Kolmogorov complexity, statistical regularization of inverse problems, and Birkhoff's formalization of beauty**, *SPIE's International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation*, International Society for Optics and Photonics, 1998.

G. Birkhoff, **Aesthetic Measure**, Harvard University Press, 1933.



Retrouvez la rubrique
Logique & calcul sur
www.pourlascience.fr