

OFFRE SPÉCIALE D'ABONNEMENT

POUR LA
SCIENCE

A retourner accompagné de votre règlement à : Service Abonnement 19 rue de l'Industrie 67402 Illkirch Cedex

Votre abonnement PASSION

6,50€ par mois seulement

le magazine
+ le hors-série chez vous
+ les versions numériques offertes
sur **www.pourlascience.fr**



1. MA FORMULE

- ☐ **OUI**, je m'abonne à l'offre « Passion » à 6,50€ par mois.
Je reçois le magazine *Pour la Science* (12 n°/an)
+ son hors-série *Dossier Pour la Science* (4 n°/an)
+ mon cadeau.



Mon e-mail obligatoire pour l'accès aux contenus numériques (à remplir en majuscules)

@
À réception de votre bulletin, comptez 5 semaines pour recevoir votre n° d'abonné. Passé ce délai, merci d'en faire la demande à pourlascience@abopress.fr

2. MES COORDONNÉES

Nom : _____
Prénom : _____
Adresse : _____
Code postal : _____ Ville : _____
Pays : _____ Tél. : _____
Pour le suivi client (facultatif)

3. MON MODE DE RÈGLEMENT

- ☐ Je règle par prélèvement 6,50€ par mois* et reçois en cadeau le livre *À la rencontre des comètes*. Je remplis l'autorisation ci-dessous en joignant impérativement un IBAN/BIC. (PASPVK4)

*Pour la France métropolitaine et d'outre-mer. Pour l'Europe (pays de la zone SEPA) : 7,90€ par mois. Dénongable à tout moment auprès du service abonnement avec un préavis de 3 mois. Conditions complètes sur www.pourlascience.fr

AUTORISATION DE PRÉLÈVEMENT PAR MANDAT SEPA

En signant ce mandat SEPA, j'autorise Pour la Science à transmettre des instructions à ma banque pour le prélèvement de mon abonnement dès réception de mon bulletin. Je bénéficie d'un droit de rétractation dans la limite de 8 semaines suivant le premier prélèvement. Plus d'informations auprès de mon établissement bancaire.

1 - COORDONNÉES DU TITULAIRE DU COMPTE

Nom, prénom _____
Adresse _____
Numéro et nom de la rue
Code postal _____ Ville _____ Pays _____

2 - COORDONNÉES BANCAIRES

IBAN _____
Numéro d'identification international du compte bancaire - IBAN (International Bank Account Number)

BIC _____
Code international d'identification de votre banque - BIC (Bank Identifier Code)

Type de paiement Paiement récurrent/répétitif

POUR LA
SCIENCE

3 - Date et signature obligatoires

À _____
Date _____
Signature : _____

NOM DU CRÉANCIER

Pour la Science - 8 rue Férou - 75006 Paris

ICS N° FR92ZZZ426900

N° de référence unique de mandat (RUM)

Partie réservée au service abonnement. Ne rien inscrire

- ☐ Je préfère régler mon abonnement d'un an en une seule fois 79€** sans bénéficier du cadeau. (PAS1A)

** Offre valable en France métropolitaine et d'outre-mer. Pour l'étranger, participation aux frais de port à ajouter : Europe 16€ - autres pays 35€.

- ☐ Par chèque à l'ordre de *Pour la Science*
☐ Par carte bancaire N° _____
Date d'expiration _____ Clé _____

Signature obligatoire

En application de l'article 27 de la loi du 6 janvier 1978, les informations ci-dessus sont indispensables au traitement de votre commande. Elles peuvent donner lieu à l'exercice du droit d'accès et de rectification auprès du groupe Pour la Science. Par notre intermédiaire, vous pouvez être amené à recevoir des propositions d'organismes partenaires. En cas de refus de votre part, merci de cocher cette case ☐.

LOGIQUE & CALCUL

Le problème des 8 reines... et au-delà

De combien de façons différentes peut-on placer n reines sur un échiquier de taille $n \times n$ dans des positions compatibles ? Posé depuis bientôt deux siècles, ce problème dit des n reines n'est résolu que jusqu'à $n = 26$.

Jean-Paul DELAHAYE

En 1848, un joueur d'échecs allemand, Max Bezzel, pose le problème suivant : est-il possible de placer 8 reines sur l'échiquier de façon qu'aucune ne soit « en prise » (sous le feu d'une autre) ? Rappelons qu'une reine menace toutes les cases de la ligne, de la colonne et des deux diagonales passant par la case qu'elle occupe.

Puisqu'il n'y a que 8 lignes horizontales sur l'échiquier, et qu'une reine au plus peut se trouver sur une telle ligne dans une

solution du problème, il est certain qu'il n'y aura pas plus de 8 reines indépendantes sur l'échiquier 8×8 : s'il existe des solutions, elles comporteront toutes une reine par ligne au maximum. Il en va de même pour les colonnes et les diagonales.

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) étudia le problème et le résolut partiellement en proposant 72 solutions avec, pour chacune, 8 reines sur l'échiquier de 64 cases, mais il avait oublié certaines solutions. La première solution complète fut proposée en 1850,

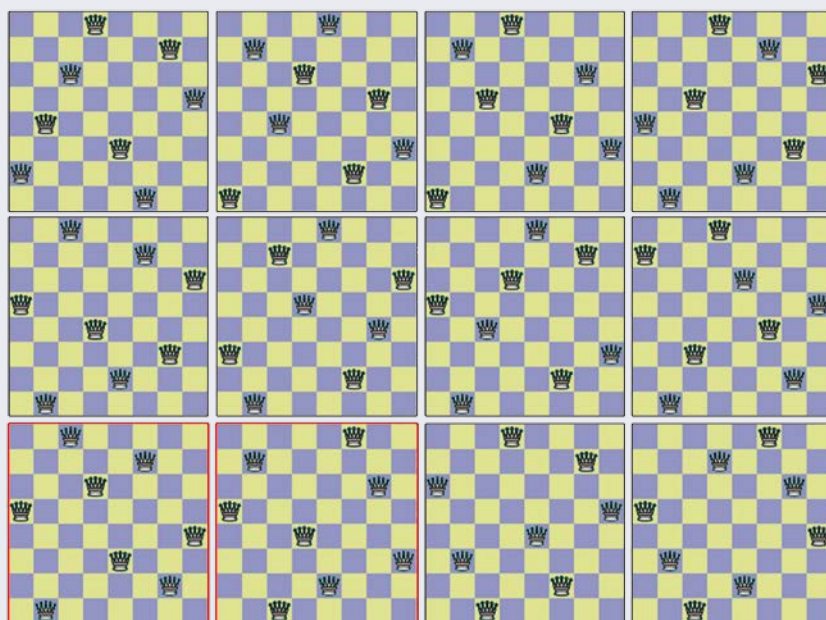
par Franz Nauck. Il existe 92 dispositions convenables, donc 20 de plus que celles trouvées par Gauss. Elles se réduisent à 12 quand on enlève les configurations se déduisant d'une autre par des rotations ou des symétries. Deux de ces 12 solutions ont une jolie propriété : il n'existe jamais trois dames alignées, quelles que soient les droites envisagées. Essayez de les trouver (sans consulter l'encadré ci-dessous).

La généralisation du problème de Bezzel consiste à envisager un échiquier carré

Les 12 solutions de base pour l'échiquier 8×8

On cherche à placer le plus grand nombre possible de reines sur l'échiquier de 64 cases, sans qu'aucune de ces reines ne soit en prise sur une autre.

On ne peut en placer que 8 au plus, car il est impossible d'en mettre 2 sur la même ligne (ou la même colonne). On découvre par tâtonnements qu'il existe des configurations satisfaisantes avec 8 reines. Il y en a 92, qui se réduisent à 12 quand on retire les configurations identiques à une symétrie près ou à une rotation près. Parmi ces solutions, 2 ont la propriété de ne contenir aucun triplet de reines alignées, ce sont les solutions dont le cadre est ici marqué en rouge.



de n cases de côté et à essayer d'y placer n reines. C'est le « problème des n reines ». On découvre sans mal que pour $n=2$ et $n=3$, c'est impossible. En revanche, pour $n \geq 4$, cela semble toujours possible.

On envisage deux aspects du problème :
 (i) trouver pour tout n une solution, s'il en existe ;
 (ii) trouver toutes les solutions ou seulement les dénombrer, au moins pour les premières valeurs de n .

Une solution, oui ; toutes les solutions, non

Le problème (i) est aujourd'hui parfaitement résolu, cela sans avoir besoin d'un ordinateur : on décrit un procédé général sous forme géométrique qui, pour tout $n \geq 4$, construit une configuration convenable. De tels procédés sont nombreux et on en découvre régulièrement de nouveaux.

La version (ii) est bien plus délicate. Imaginer des procédés simples qui, pour tout entier n , décrivent toutes les solutions ne semble pas envisageable. On utilise donc des ordinateurs pour effectuer des calculs systématiques. C'est un exercice de programmation que tout étudiant en informatique a pratiqué au moins une fois. Il est assez facile d'écrire un programme qui traite le problème jusqu'à $n=12$. Aller au-delà demande plus de soin et de patience et fait l'objet de records qui, à cause de l'explosion combinatoire, évoluent lentement. À ce jour, le décompte des solutions a été mené jusqu'à $n=26$. Réussir ce décompte pour $n=27$ apparaît un défi difficile : on en est à $n=26$ depuis plus de cinq ans.

À défaut de connaître le nombre exact de solutions pour tout n , on essaie de minorer ce nombre, car il est intéressant de savoir (et de démontrer) que le nombre de solutions augmente très rapidement avec n . Quelques minoration sont connues et les raisonnements qui y mènent sont assez intéressants. Nous allons en présenter un et expliquer comment plusieurs mathématiciens ont été piégés et ont proposé de faux raisonnements repris parfois sans vérification dans la littérature sur le sujet. Auparavant, présentons la méthode pour obtenir

Une solution pour tout entier $n \geq 4$

Pour montrer que le problème des n reines a au moins une solution pour tout entier $n \geq 4$, il n'y a pas besoin d'ordinateur : il suffit de réfléchir. En plaçant des reines selon deux lignes obliques, on obtient un schéma qui marche parfaitement pour les nombres pairs n de la forme $6m+4$ (échiquier 1, $n=10$), où m est un entier positif ou nul, et de la forme $6m$ (échiquier 2, $n=12$), mais pas quand n est de la forme $6m+2$ (échiquier 3, $n=8$).

Il faut traiter à part le cas où n est de la forme $6m+2$. C'est assez facile : on part de deux lignes obliques de reines (échiquier 4), puis on déplace 4 reines (échiquier 5).

Lorsque n est impair, la solution se déduit des solutions trouvées pour le cas où n est pair : on reprend les solutions pour les cas pairs en ajoutant une reine en haut à droite sur l'échiquier agrandi d'une ligne et d'une colonne (échiquiers 6 et 7).

