

minutes, puis le ressortait : la réponse à l'encre sympathique était apparue grâce à la propagation du révélateur et de ses vapeurs à travers les pages du livre.

À la fin du XVIII^e siècle, on vit un regain d'intérêt pour la magie naturelle ; l'encre invisible, avec ses substances naturelles, était dans le ton. Certains praticiens étaient des illusionnistes et des magiciens de scène qui manipulaient la réalité à l'aide de tours de passe-passe. D'autres étaient des scientifiques que la mode des tours de magie servant d'emballage pour l'éducation scientifique enchantait, et nombre d'entre eux écrivaient des livres dans ce sens.

Ces nouveaux livres de magie naturelle contenaient moins de physique expérimentale et plus d'effets physiques spectaculaires, dont l'encre sympathique. Citons par exemple *Die natürliche Magie: aus allerhand belustigenden und nützlichen Kunststücken bestehend* («La magie naturelle, consistant en toutes sortes d'amusements et de tours utiles», 1779), une série monumentale de Johann Wiegand, un des apothicaires-chimistes les plus informés et respectés de l'Allemagne des Lumières.

À l'assaut des cabinets de chimie

L'explosion d'intérêt pour la magie naturelle coïncida avec l'invention des cabinets de chimie, des caisses pleines de fournitures pour les expérimentateurs amateurs. En 1791, le chimiste et pharmacien allemand Johann Götting construisit l'un des premiers cabinets portables de chimie. Les tubes à essai n'étaient pas inclus dans le kit ; Götting utilisait un verre à vin pour mélanger les produits. La tradition de magie naturelle et ces cabinets portables de chimie conduisirent au design et au marketing des coffrets de chimie modernes.

Des ouvrages tels que *Conversations in Chemistry* (1805), de l'auteure britannique Jane Marcet, écrit comme une discussion et prenant ses exemples dans la vie quotidienne, ou *Chemical recreations* de John Griffin, publiées au milieu du XIX^e siècle, contribuèrent à la popularité de la chimie. Le chimiste britannique y consignait des descriptions de l'encre sympathique de Hellot et quelques histoires associées. Sa compagnie, J. J. Griffin and Sons, se mit à fabriquer et à vendre onze sortes de cabinets de chimie, dominant le marché pour quelque cinquante ans, jusqu'au déclenchement de la Première Guerre mondiale.

Cette popularité de la chimie coïncida avec un engouement, au milieu du XIX^e siècle, pour les spectacles de magie dans les salons privés. Les chimistes encourageaient les prestidigitateurs à intégrer à leurs tours des expériences de chimie, souvent impliquant un composant devenant invisible. Les cabinets de chimie fournissaient la matière première de ces activités. Des manuels enseignaient aussi aux magiciens amateurs des illusions optiques, mécaniques ou magnétiques.

Au début du XX^e siècle, nombre de magiciens étaient devenus des prestidigitateurs scientifiques. Le «professeur» Ellis Stanyon offrait des cours de «Feu et magie chimique» à son «École de magie» de Londres. Ces cours mettaient l'accent sur la magie scientifique et ne faisaient pas appel à la sorcellerie. Le monde est maintenant bâti sur des «principes physiques», non sur des «arts noirs», écrivait le magicien américain Harry Blackstone en 1959 dans une réédition du manuel *Chemical Magic* (1930), du chimiste et magicien amateur John Lippy. «La magie reste avec nous – pas la magie noire, mais la magie qui amuse [...], la magie qui, sous son meilleur jour, fascine.» Et dans cette métamorphose, l'encre invisible a joué un rôle particulier. S'éloignant de ses liens précoces avec l'alchimie, elle s'est transformée au fil des siècles en un outil de choix pour démontrer le pouvoir de la chimie et présenter sa valeur divertissante à un vaste public.

Après les deux guerres mondiales, l'encre invisible acquit une autre identité tout aussi populaire : elle devint synonyme d'intrigue internationale et d'espionnage. Durant la seconde moitié du XX^e siècle, les livres et jeux pour enfants se mirent à évoquer des agents secrets usant d'encre invisible et de stylos ultraviolets, et le citron devint le complice des petits espions en herbe. Ainsi l'encre invisible a-t-elle traversé l'histoire et les modes. Elle est certes devenue un jeu d'enfant. Mais pour nombre de jeunes curieux, elle constitue une passerelle pour découvrir la magie de la chimie et ouvrir leur imagination scientifique – voire celle de leurs parents. L'histoire des messages invisibles n'est d'ailleurs pas terminée. En 2011, Manuel Palacios et David Walt, de l'université Tufts, George Whitesides, de l'université Harvard, et leurs collègues ont développé une matrice constituée de colonies de microorganismes qui délivrent des messages sur demande en changeant de couleur...



LES CABINETS DE CHIMIE destinés aux chimistes amateurs ont fleuri à la fin du XVIII^e siècle et au XIX^e. Certains avaient la taille d'un bureau. D'autres étaient plus petits, tel le modèle pour étudiant ci-dessus, conçu par le Britannique William Statham au XIX^e siècle.

■ BIBLIOGRAPHIE

K. Macrakis, *Prisoners, Lovers, and Spies: The Story of Invisible Ink from Herodotus to al-Qaeda*, Yale University Press, 2014

S. Al-Gailani, *Magic, science, and masculinity: marketing toy chemistry sets*, *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 40, pp. 372-381, 2009.

J. Hellot, *Sur une nouvelle encre sympathique*, *Histoire de l'Académie royale des sciences*, pp. 101-120 et pp. 228-247, 1737, en ligne sur gallica.bnf.fr.

■ À VOIR

Le secret de l'État. Surveiller, protéger, informer. XVII^e-XX^e siècle, exposition des Archives nationales, à l'Hôtel de Soubise, à Paris, jusqu'au 28 février 2016.



Un volet est consacré à l'histoire des techniques et des langages du secret. <http://bit.ly/1VaZnCP>.

LOGIQUE & CALCUL

Paver avec des tatamis

Les tapis japonais ont des proportions bien définies. De combien de façons peuvent-ils recouvrir une pièce rectangulaire ? Grâce à une contrainte géométrique traditionnelle, la question devient intéressante.

Jean-Paul DELAHAYE

Au Japon, on recouvre traditionnellement le sol des habitations de tapis de paille de riz soigneusement serrés : les tatamis. Ils sont le plus souvent de dimension 91×182 cm ou 88×176 cm (à Tokyo). Dans toutes les régions, ils forment des rectangles aux proportions 1×2 , auxquels on ajoute parfois des tatamis carrés 1×1 . Le tatami est utilisé comme unité d'aire ; sa largeur détermine souvent la taille des pièces d'une maison ainsi que celles des portes et des fenêtres. Lorsqu'on dispose les tatamis, on s'arrange pour qu'en aucun point ne se rencontrent quatre tatamis (voir l'encadré page ci-contre). La raison – esthétique ou pratique ? – n'est pas bien claire, mais cette tradition semble respectée partout au Japon.

La contrainte « Jamais quatre tatamis en un même point » intéresse les mathématiciens. Elle a suscité, depuis une dizaine d'années, d'étonnantes recherches, dont celles d'Alejandro Erickson, qui a soutenu en 2013 une thèse sur le sujet à l'université de Victoria, au Canada. Il se trouve en effet que la règle imposée limite fortement les combinaisons possibles, sans toutefois imposer un nombre trop restreint de dispositions dont on trouverait facilement une caractérisation. Le mathématicien aime ce genre de situations !

Dans un premier temps, nous n'envisagerons que les pavages sans carrés. Par définition, le pavage d'une forme géométrique par des rectangles 1×2 respectant

la contrainte des tatamis sera un « pavage tatami-parfait ». Lorsque l'utilisation de tatamis 1×1 sera autorisée, nous parlerons de « pavages à tatamis ».

Pavages tatami-parfaits

L'encadré ci-contre donne un décompte du nombre de pavages tatami-parfaits pour les rectangles les plus petits et fournit pour certains rectangles les listes de pavages différents. On remarquera que même lorsque l'aire d'un rectangle est paire, il peut n'exister aucun pavage tatami-parfait. Le plus petit rectangle pour lequel cette situation d'impossibilité se produit est le rectangle 7×10 .

Ce tableau provient d'un travail de Dean Hickerson réalisé en 2002 et complété par Frank Ruskey et Jennifer Woodcock en 2009. Les chercheurs sont parvenus au résultat suivant. Notons $T(m, n)$ le nombre de pavages tatami-parfaits du rectangle $m \times n$ correspondant au tableau ; quatre cas sont à distinguer.

(a) $T(1, n)$ vaut 1 si n est pair, et 0 si n est impair (ce qui est évident).

(b) $T(2, n)$ est égal au nombre de façons d'écrire l'entier n comme une somme de 1 et de 2 sans qu'il y ait deux 2 consécutifs. Exemple : l'entier 5 s'écrit $1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 2 + 1 + 1 + 1 = 1 + 2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 2 + 1 = 1 + 1 + 1 + 2 = 2 + 1 + 2$, il y a donc 6 pavages tatami-parfaits pour le rectangle 2×5 .

(c) Si m est impair et supérieur à 1, $T(m, n)$ est le double du nombre de façons

d'écrire n comme une somme de $m - 1$ et de $m + 1$. Ainsi, $T(5, 10) = 4$, car $10 = 4 + 6 = 6 + 4$. Le fait qu'il n'existe pas de pavages tatami-parfaits pour 7×10 se comprend maintenant aisément : 10 ne peut pas s'écrire comme somme de nombres égaux à 6 ou à 8.

(d) Si m est pair et supérieur à 2, $T(m, n)$ est le nombre de façons d'écrire n comme somme de nombres pris parmi 1, $m - 2$ et m en s'arrangeant pour qu'un terme sur deux soit un 1. Par exemple, $T(6, 12) = 4$ car $12 = 1 + 4 + 1 + 6 = 1 + 6 + 1 + 4 = 4 + 1 + 6 + 1 = 6 + 1 + 4 + 1$.

L'encadré page 80 décrit la structure générale des pavages tatami-parfaits de rectangles et illustre pourquoi le nombre de solutions au problème du pavage est lié aux dénombrements arithmétiques indiqués ci-dessus.

Ces conclusions sont fondées sur des résultats intermédiaires soigneusement démontrés. Toutefois, en manipulant des dominos à la recherche de solutions et en s'aidant de l'encadré page 80, on se persuade de l'exactitude des résultats mentionnés sans qu'il faille lire la dizaine de pages de la démonstration complète. Parmi les résultats généraux intéressants sur les pavages tatami-parfaits, il y a celui indiquant que connaître la disposition des tatamis sur le pourtour du rectangle qu'on cherche à paver détermine entièrement le pavage intérieur s'il est possible.

Dans le domaine de la combinatoire, il est souvent impossible de donner une expression simple (comme $2n$, $n(n+1)(n+2)/3$, ou $5n+n!$) pour les suites rencontrées. Cependant,