

LOGIQUE & CALCUL

Au pays des illuminés du nombre π

Le plus intéressant des nombres est sans conteste π .

La suite de ses décimales constitue un terrain de recherches et de jeux, ouvert à tous pour le meilleur... et pour le pire !

Jean-Paul DELAHAYE

Le nombre π a beaucoup d'amis. Il serait parfois souhaitable qu'il en ait moins, car la passion pour le nombre d'Archimède suscite d'étranges et invraisemblables histoires. Plus que n'importe quel nombre, π intéresse : on travaille et on s'amuse avec lui, et parfois... on délire.

Certains lui préfèrent le « nombre d'or » ϕ , égal à $(1 + \sqrt{5})/2$. Dans les librairies pour le grand public, on trouve plus de publications consacrées à ϕ que dédiées à π , mais c'est sans doute parce que ϕ est plus élémentaire et qu'il est associé à certaines croyances numérologiques. On trouve d'ailleurs aussi plus de livres d'ésotérisme que de science dans les rayons de ces mêmes librairies : certains de ces magasins vendent du matériel de haute technologie (appareils photo, télévisions, téléphones, ordinateurs, etc.) qui naît des progrès de la science et, étrangement, orientent leurs clients vers la littérature spiritualiste, occultiste ou superstitieuse...

Pour les scientifiques, cependant, il n'y a aucun doute : π est le roi des nombres, celui qui réunit le plus de mystères et d'étrangetés, celui qui a la plus grande importance mathématique. Il incite aux rêves et parfois engendre la folie, comme celle de en calculer de nombreuses décimales : aujourd'hui, on connaît 13 300 milliards de chiffres de π . Si on les imprimait, cela donnerait l'équivalent de 10 millions d'ouvrages assez gros. Aucun œil humain n'a bien sûr parcouru ces

chiffres calculés, qui n'existent que dans la mémoire des ordinateurs !

On remarquera que ϕ n'est pas connu de tout le monde, alors que π , lui, s'apprend à l'école primaire et ne s'oublie jamais. Le nombre ϕ est algébrique : il est une solution de l'équation simple $x^2 = x + 1$, alors que π est « transcendant ». Ce résultat démontré il y a plus d'un siècle par Ferdinand von Lindemann signifie que π n'est la solution d'aucune équation polynomiale à coefficients entiers (comme celle citée pour ϕ).

Calculer ϕ revient à calculer la racine carrée de 5, ce qui, par tâtonnements, est facile, alors qu'aucune méthode aussi naturelle, rapide et simple n'est disponible pour π . Le nombre ϕ est le préféré des snobs et des naïfs qui pensent qu'il donne le secret de la beauté, alors que c'est plus que douteux (voir le livre de Marguerite Neveux dans la bibliographie). Au contraire, le nombre π s'impose, qu'on ait envie de le connaître ou pas. Il est dans votre poche, où le diamètre et la circonférence des pièces de monnaie sont liés par π . Il est dans le volume de la Terre et sa surface, que l'on calcule à partir de son rayon et de π . Il est dans la longueur du trajet parcouru par votre voiture, égale à π fois le nombre de tours fait par une roue multiplié par son diamètre. Il est dans les lois de probabilités. Il est partout en physique et bien d'autres sciences.

Du fait de son importance incontestable, certains veulent s'approprier π et en apprennent par cœur les décimales. Ce sport

un peu fou est maintenant coordonné par un site internet qui, après avoir fixé clairement les règles du jeu, maintient à jour une liste « officielle » des records successifs (<http://pi-world-ranking-list.com/index.php?page=home>).

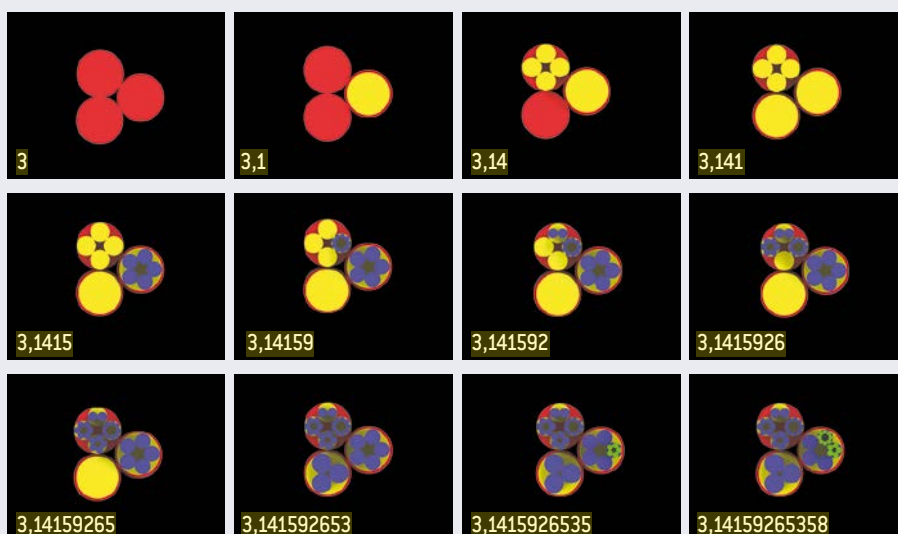
Les règles indiquent qu'on ne compte que les chiffres décimaux après la virgule. Aucune erreur n'est autorisée lors de l'énumération de ces décimales, qui doit s'effectuer dans l'ordre et en public. Deux témoins non liés au « récitant » doivent certifier l'exploit. Lorsque le nombre de décimales dépasse 10 000, un troisième témoin officiel (notaire, huissier, etc.) doit assister à la performance, puis remplir et signer un formulaire.

Le record : plus de 70 000 décimales récitées

Aujourd'hui, le record officiel est détenu par l'Indien Suresh Kumar Sharma qui, le 21 octobre 2015, a récité 70 030 décimales de π en 17 heures et 14 minutes. Il a ainsi battu de peu le record précédent de l'étudiant indien de 21 ans Rajveer Meena, qui avait récité, les yeux bandés pour mieux se concentrer, 70 000 décimales de π . La performance s'était déroulée le 21 mars 2015 et avait duré 9 heures et 27 minutes, ce qui correspond à 2 chiffres par seconde, bien plus vite que le détenteur actuel du record. Ce record a été validé par le très exigeant livre *Guinness des records*.

Une figuration de π

Francesco De Comité, du laboratoire CRISTAL de l'université de Lille 1, a conçu et réalisé une sculpture virtuelle originale de π . Pour la construire, on part d'un disque. Le premier chiffre de π est un 3, aussi place-t-on à l'intérieur trois disques de même rayon occupant le plus de place possible dans le premier disque. Cela détermine trois nouveaux disques où l'on inscrira, selon le même principe, les trois d cimailes suivantes : 1, 4 et 1. Pour les 1, on place un disque concentrique un peu plus petit que le disque d'accueil ; pour les 0, on place dix disques. Les disques ainsi crées (pris dans l'ordre de leur création) permettent d'inscrire de nouvelles d cimailes, cela jusqu'à l'infini (  mesure qu'on utilise certains disques en les remplissant, d'autres sont crées). En utilisant des cylindres de plus en plus hauts dont les bases sont les disques ainsi obtenus, on rend visibles ces disques et on obtient une sculpture des d cimailes de π . Dans le schéma explicatif ci-contre, on a utilisé la couleur rouge pour les trois premiers disques. On remplit ces disques par des disques jaunes. Quand il n'y a plus de disques rouges disponibles, on remplit les disques jaunes par des disques violets. Quand les disques jaunes sont épuisés, on remplit les disques violets par des disques verts, etc.



Sudokus avec π

La date du 14 mars, que l'on écrit souvent «3-14» dans le monde anglo-saxon, a été déclarée journée de π . Diverses manifestations s'y déroulent, en particulier à l'université de Marseille depuis trois ans.

À l'occasion de cette journée, l'éditeur de jeux et casse-tête Brainfreeze Puzzles a créé des sudokus originaux et intéressants, disponibles pour tous et qui ont été soumis aux élèves de nombreuses classes dans le monde.

En voici deux. Attention, les règles liées à π ne sont pas les règles habituelles. Dans le sudoku de gauche, il faut que chaque ligne, chaque colonne et chaque zone dessinée contienne les 12 premiers chiffres de π , qui sont 3 1 4

1 5 9 2 6 5 3 5 8. Il y aura donc deux fois le 1, une fois le 2, deux fois le 3, une fois le 4, trois fois le 5, une fois le 6, pas de 7, une fois le 8, une fois le 9.

Pour le sudoku de droite, chaque ligne, chaque colonne et chaque zone dessinée doit contenir chacun des chiffres 1, 2, ..., 9 une fois exactement et le symbole π trois fois.

3			1	5	4			1		9	5
	1			3					1	3	6
		4			3		8			2	
5			1			9	2	5			1
	9			5			5				
5	8	1			9			3		6	
	5		8			2			5	5	3
				5			6			1	
2			5	1	5			5			9
	6			4		1			3		
1	5	1					5			5	
5	5		4			3	1	6			8

4	9	7	π	5							
	π		8			9	6	1	5	2	
	8			1				π	7		
								π	4		
5	3	9	6								
9	4		π	π	π	7					
					6	2	5	π		7	4
								π	π	3	8
	7	8	4	6	9						
		3		π			4	7	1	6	9
		4		1				6		π	
								4		5	

Un peu avant encore, le record était détenu par un Chinois, Chao Lu, qui avait récité 67 890 décimales en un peu plus de 24 heures [moins d'un chiffre par seconde]. Dans un entretien, il précisait que le travail de mémorisation lui avait demandé une année. Il expliquait aussi qu'il connaissait 100 000 décimales de π , mais que lors de l'épreuve, il avait malencontreusement dit «5» pour le 67 891^e chiffre, alors qu'il aurait dû dire «0». C'était sa seule erreur, mais elle a rendu impossible la validation des 100 000 décimales.

Quelques années auparavant, en 2006, le Japonais Akira Haraguchi, alors âgé de 59 ans, avait lui aussi récité 100 000 décimales de π . Malheureusement, les informations sur son exploit n'ont pas été jugées assez précises et sûres pour que son record soit reconnu.

Lors d'un entretien donné à un journaliste du *Guardian* en mars 2015, il affirmait : « Mon

affection et mon respect pour π n'ont jamais cessé depuis 2006. En 2010, j'ai posté une vidéo dans laquelle je récite 101 031 décimales de π . Depuis, j'ai encore progressé et je peux en réciter 111 700. Chaque jour depuis 2006, je récite 15 000 décimales, ce qui me demande environ une heure. Pour moi, réciter π , c'est comme chanter un mantra bouddhiste et méditer. J'essaie en ce moment d'aller plus loin et de réciter 25 000 chiffres chaque jour, ce qui m'occupe environ trois heures. »

Des histoires «chiffrées»

Akira Haraguchi a expliqué la philosophie qui l'encourage à poursuivre ses efforts : « Toutes les choses de ce monde, nous-mêmes inclus, sont des agrégats d'atomes, qui sont faits d'électrons qui tournent. La Terre tourne, la Galaxie aussi, l'Univers aussi. Autrement dit, je crois que la rotation est la

vérité absolue. Lorsque je pense à π , je vis en harmonie avec cette vérité. »

Le système mnémotechnique d'Akira Haraguchi consiste à associer un chiffre à chaque son utilisé par la langue japonaise. Mémoriser π revient alors pour lui à apprendre des histoires qu'il crée en suivant les décimales de π . Ce sont elles qu'il retient mot à mot et qu'il traduit en liste de chiffres au moment de ses récitations quotidiennes. Il précise : « J'ai créé environ 800 histoires, principalement au sujet d'animaux et de plantes. Pour les 100 premiers chiffres de π , j'ai fabriqué une histoire dont voici le début : "Bien, moi cet être fragile qui a quitté sa maison pour trouver la paix de l'esprit, je vais mourir dans un coin noir ; c'est facile de mourir, mais je reste optimiste..." »

Réciter 200 000 décimales ?

Même si des critères sévères de validation empêchent la reconnaissance des records de Akira Haraguchi jusqu'à 100 000, il ne semble plus faire de doute que mémoriser 100 000 décimales de π est possible à un être humain décidé. Pourra-t-on aller plus loin et, par exemple, atteindre 200 000 ? Cela semble douteux, mais qui sait ? Lorsque le nombre de 50 000 fut atteint, de nombreux spécialistes jugeaient impossible de doubler le record.

Par imagerie cérébrale, le neurobiologiste Amir Raz, alors à l'université Columbia aux États-Unis, et ses collègues ont observé le cerveau d'un sujet apprenant et récitant des décimales de π . Le sujet de leur étude, un étudiant de 22 ans, utilisait le procédé mnémotechnique antique des *loci* pour mémoriser les chiffres. Il consiste à imaginer qu'on parcourt un édifice réel dont on a associé les différentes pièces ou éléments de décor aux choses que l'on doit fixer dans sa mémoire.

Outre des précisions sur les parties du cerveau sollicitées par ce type d'exercice, l'une des conclusions de l'article des neurobiologistes est que les exploits de ce genre tiennent bien plus à un entraînement prolongé et la maîtrise de bonnes