

Des Laboratoires d'EXcellence

Les mathématiques disposent sur l'ensemble du territoire d'un important réseau de structures les reliant aux entreprises et à la société. Leurs actions sont nationales et internationales. Parmi celles-ci, les Labex préfigurent les nouvelles passerelles entre recherche, formation et monde économique, telles que voulues par les Investissements d'Avenir. Deux nouveaux exemples pour mieux comprendre l'importance de ces laboratoires.

Le LabEx LMH

Quand, de Paris, on s'aventure vers le sud, on passe au large du plateau de Saclay. Bien que la dénomination évoque des immensités désertiques, le périmètre de Paris-Saclay compte plus de 400 mathématiciens permanents, rassemblés au sein de la Fondation Mathématique Jacques Hadamard (FMJH) et du LabEx Mathématique Hadamard.

Attirer des talents

Le plateau de Saclay est en chantier, une ville est en construction, autour d'un nouveau type d'université. À la pointe de ce mouvement, la FMJH a bâti une unique mention de master et une unique école doctorale de mathématiques, à partir de la nuée de formations dispersées dans 18 établissements. Ce regroupement facilite le recrutement d'étudiants à l'étranger. Ces derniers bénéficient d'un système de bourses auquel la FMJH et son LabEx LMH consacrent la quasi-totalité de leurs ressources, et d'un accueil personnalisé. Les réseaux internationaux (Brésil, Chine), en facilitant les déplacements de chercheurs, renforcent les collaborations et consolident les flux d'étudiants venus des pays émergents.

Irriguer les entreprises

L'insertion professionnelle des étudiants, notamment dans le privé, est au cœur des préoccupations. Aux côtés de nombreux partenaires, la FMJH s'investit dans le Forum de l'Emploi Mathématique, le 15 décembre.

La même intention anime la FMJH dans ses relations avec les entreprises. Le Programme Gaspard Monge pour l'Optimisation et la Recherche Opérationnelle (PGMO) est un dispositif de mécénat orienté proposé aux entreprises. Il est né en 2012 à l'initiative d'EDF. Il a un caractère novateur : en acceptant de rendre publics des problèmes mathématiques identifiés par ses équipes de recherche comme des verrous, et avec un apport financier, EDF a pu féconder une vaste communauté académique internationale et la rapprocher de ses préoccupations, dans un climat d'ouverture et d'échange. C'est pourquoi le jury du prix AEF 2016 des meilleures initiatives partagées universités-entreprises a décerné au PGMO le prix de la catégorie recherche-innovation. En s'élargissant à la science des données, il s'ouvre aujourd'hui à d'autres entreprises, qui seront autant de portes d'entrée vers des carrières dans le privé pour les étudiants de Paris-Saclay.



Le LabEx AMIES

AMIES est le trait d'union entre les entreprises et les mathématiciens. L'Agence pour les Mathématiques en Interaction avec l'Entreprise et la Société est une structure nationale, portée par le CNRS en partenariat avec Inria et UGA (l'université Grenoble-Alpes).

Sa mission principale est d'inviter les entreprises françaises et les mathématiciens à travailler ensemble, au travers d'initiatives incitatrices (voir ci-dessous).

Un réseau national

AMIES est aussi un Labex d'exception, n'étant pas un laboratoire, mais le réseau des laboratoires de recherche publique en maths. AMIES incite les entreprises à mieux utiliser les mathématiques, qui sont devenues une technologie clé pour la croissance.

Avec un vivier de plus de 6 000 mathématiciens, les entreprises françaises disposent d'une ressource inédite pour booster leur innovation. Les compétences proposées embrassent de nombreux thèmes stratégiques pour l'industrie : *big data*, modélisation, optimisation, traitement du signal et des images, etc.

Les programmes de collaboration mis en place par AMIES sont à la fois souples et rapides. Un appel à projet permanent nous a permis de financer plus de cent projets depuis 2011.

Des initiatives incitatrices

- Les PEPS sont des projets exploratoires financés en partie par AMIES, à l'initiative d'entreprises ayant un problème à résoudre où les maths ont un rôle à jouer.
- Les SEME sont des semaines d'étude organisées par AMIES : des problèmes industriels sont présentés le lundi, expertisés par des groupes de doctorants (en thèse de maths), avec une restitution le vendredi de la même semaine. Il est demandé aux doctorants d'explorer des stratégies de réponse inédites pour l'industriel.
- Les Forums Emploi-Maths, offrent un lieu annuel d'échange entre entreprises, étudiants et centres universitaires de formation.

Des résultats qui indiquent la voie

Depuis la création d'AMIES, plus de 70 PEPS ont été alloués, la 19^e SEME se déroulera fin janvier 2017 à Lyon. Ce sont plus de 90 entreprises et 400 étudiants qui ont ainsi bénéficié directement de ces initiatives.

LOGIQUE & CALCUL

Formes et ensembles autopavables

Un miracle géométrique : avec des copies de chaque forme d'un ensemble autopavable, on reconstitue chacune des formes en plus grand.

Jean-Paul DELAHAYE

En mai 1963, Martin Gardner présentait dans le magazine *Scientific American* les figures autopavables (*rep-tiles* en anglais) : des formes géométriques F qui se découpent en plusieurs morceaux, chacun identique à F en plus petit ; ou, ce qui revient au même, des formes géométriques qui, quand on en assemble plusieurs copies, reconstituent la forme initiale en plus grand (voir l'encadré page ci-contre).

Une question a intéressé les amateurs de géométrie combinatoire : quels polyominoes (des réunions de carrés de même taille collés côté contre côté) sont de telles figures autopavables ? Pour prouver qu'un polyomino est autopavable, il suffit de réussir à paver un rectangle avec le polyomino. En effet, si on pave un rectangle, on pave aussi un carré car les longueurs des côtés du rectangle sont des multiples entiers de la longueur du carré de base (la longueur du côté du plus petit carré faisable ainsi avec un rectangle de côtés a et b est le plus petit commun multiple de a et b), et donc on reconstitue avec plusieurs de ces carrés le polyomino lui-même en plus grand.

Quelques exemples tirés du merveilleux livre *Polyominoes: Puzzles, Patterns, Problems and Packings* de Solomon Golomb (voir la bibliographie) sont indiqués dans l'encadré page 78. Le dernier d'entre eux utilise 50 exemplaires du polyomino pour remplir le rectangle ; il a été découvert

en 1990 par William Marshall, de Dunedin en Nouvelle-Zélande.

Le plus petit entier n tel que n copies du polyomino donnent un rectangle est l'« ordre » du polyomino. L'encadré page 79 indique la liste complète des polyominoes avec leur ordre quand le polyomino est composé de 3, 4, 5 ou 6 carrés (on trouvera une liste plus complète avec les rectangles pavés sur <http://www2.stetson.edu/~efriedma/order/>).

Chaque élément du tableau de cet encadré est un petit puzzle : lorsque le n indiqué à côté du polyomino est petit, trouver le pavage du rectangle est aisé ; le puzzle est facile. Lorsque n est grand, le puzzle devient difficile. Nous avons donné la solution extraordinaire, découverte par Tom Marlow en 1985, pour le dernier polyomino représenté, car la disposition des 92 pièces composant un rectangle est quasiment impossible à trouver à la main.

Généralisation des formes autopavables

Lee Sallows, dont nous avons déjà présenté les carrés géomagiques (« Les carrés magiques géométriques », *Pour la Science* de juin 2013) est un ingénieur informaticien britannique. Il a conçu une généralisation des formes autopavables et a mené sur ce sujet de mathématiques récréatives une double étude publiée en 2012 et 2014. Il a d'une part utilisé la force brute de l'ordinateur

pour découvrir des exemples remarquables de formes satisfaisant sa délicate définition ; d'autre part, il a conçu une méthode mathématique produisant des constructions que l'ordinateur était incapable de lui fournir.

Lee Sallows définit les « ensembles autopavables » (en anglais *self-tiling tile sets* qui donne l'abrégié *setiset*) comme des ensembles E de plusieurs formes planaires F tels que chaque forme F de l'ensemble E s'obtient en plus grand par un assemblage n'utilisant chaque forme de E qu'une fois exactement (pour un exemple, voir l'encadré page 80, en haut).

En fait, la définition que donne Lee Sallows avait déjà été envisagée, sans la nommer, par le mathématicien écossais Charles Dudley Langford dans les années 1950. Ce dernier avait cherché, sans en trouver, de telles combinaisons géométriques. Dans sa rubrique de *Scientific American*, Martin Gardner avait soumis la question à ses lecteurs. Dans son livre *Mathematical Magic Show* publié en 1977, Gardner indique trois solutions.

Lee Sallows exige dans sa définition que le rapport de taille des formes en petit et des formes en grand obtenues par composition soit le même pour chaque forme de l'ensemble autopavable. Il s'ensuit que toutes les formes d'un ensemble autopavable ont la même aire.

La définition n'impose pas aux formes d'un ensemble autopavable E d'être toutes différentes. Lorsqu'elles sont identiques, on